INDICACIONES GENERALES PARA LA ASIGNATURA MATª12 AGROPECUARIA A DISTANCIA

GRUPOS: 12 A, 12 B, Y 12 C

- En el canal del colegio estarán colgados a partir del miércoles 10 de agosto de 2022 tres documentos a saber:
  - La Guía completa por si desea imprimirla en casa. (ESTA GUIA TAMBIÉN ESTARÁ EN EL COLEGIO IMPRESA PARA QUE LE SAQUEN COPIA A PARTIR DE LA FECHA.
  - Un documento que lleva por título: CALCULO DIFERENCIAL, el cual debe ser usado para realizar la investigación que está en la GUÍA DE ESTUDIO DE MATEMÁTICA.(No es necesario imprimir dicho documento).
  - Un documento extra para desarrollar las ASIGNACIONES 4, 5.1 y 5.2. (TAMPOCO ES OBLIGATORIA SU IMPRESIÓN.)
- También estarán colgados en el canal videos explicativos para cada asignación.
- Sólo debe enviar en la fecha establecida, LA ASIGNACIÓN CORRESPONDIENTE, no la guía impresa.
- Toda ASIGNACIÓN incluyendo la investigación debe ser desarrollada a su puño Y letra**(a mano)** y no a computadora. Utilice buen lápiz y buena caligrafía para la resolución de problemas. Utilice la regla cuando sea necesario.
- Cada ASIGNACIÓN debe enviarse completa con su nombre y grupo al correo camarenmat49@gmail.com. Cualquier consulta puede hacerla en mensaje a través de este mismo correo. Recuerde que esta es una medida a distancia, es decir, no es obligación conectarse en tiempo real.
- Si tiene dificultad para enviar su asignación a través del correo electrónico puede llevarlo al colegio en las siguientes fechas:

  INVESTIGACIÓN, ASIGNACIÓN Nº1 Y ASIGNACIÓN Nº2…………LUNES 5 DE SEPT EN HORARIO DE 10:00 AM A 2:00 PM.

  ASIGNACIÓN Nº3 (PARTE I Y PARTE II) Y ASIGNACIÓN Nº4…….LUNES 26 DE SEPT EN HORARIO DE 10:00 AM A 2:00 PM.

  ASIGNACIÓN Nº5.1 Y ASIGNACIÓN Nº5.2……………………………VIERNES 30 DE SEPT EN HORARIO DE 8:00 AM A 11:00 AM.
- Recuerde que estas asignaciones se le sumarán a las evaluaciones ya obtenidas presencialmente antes de tomar estas medidas.
- Procure entregar a tiempo para no acumular tareas y para obtener su evaluación final en el tiempo preciso.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

INSTITUTO PROFESIONAL Y TÉCNICO MÉXICO PANAMÁ

GUÍA DE MATEMÁTICAS 12 AGROPECUARIA

PROFESOR: EDGAR CAMARENA

ESTUDIANTE: ______________________________ GRUPO: __________

SEGUNDO TRIMESTRE

FECHA DE ENTREGA: VER EN CADA ASIGNACIÓN

FORMATO DE ENTREGA: VIA CORREO ELECTRÓNICO

CORREO A ENVIAR: camarenmat49@gmail.com

ACTIVIDADES A REALIZAR **FECHA DE ENTREGA**

INVESTIGACIÓN SOBRE FUNCIONES(CONSULTAR DOCUMENTO EN EL CANAL DEL COLEGIO)…………………………………………………………………………………19/AGOSTO/22

ASIGNACIÓN Nº1……………………………………………………………………26/AGOSTO/22

ASIGNACIÓN Nº2…………………………………………………………………..2/SEPT/22

ASIGNACIÓN Nº3(PARTE I)……………………………………………………….9/SEPT/22

ASIGNACIÓN Nº3(PARTE II)………………………………………………………16/SEPT/22

ASIGNACIÓN Nº4(BUSCAR EN EL CANAL)………..………………………………………………………………………23/SEPT/22

ASIGNACIÓN 5.1 Y 5.2(BUSCAR EN EL CANAL)……………………..………………………………………………………….30/SEPT/22

TODAS LAS ACTIVIDADES ESTÁN EN ESTA GUÍA ORDENADAS CADA UNA CON EJEMPLOS A PUÑO Y LETRA DEL PROFESOR. DEBE ENVIARLAS RESUELTAS CON TODOS LOS PROCEDIMIENTOS QUE ESTÁN EN LOSEJEMPLOS GUÍAS Y EN EL MISMO ORDEN EN EL QUE EL PROFESOR DESARROLLÓ DICHOS EJEMPLOS.

- **RESPUESTA SIN PROCEDIMIENTO SERÁ INCORRECTA. OBTENDRÁ CERO PUNTOS!**
- **EN EL CANAL DEL COLEGIO HAY VIDEOS REPRESENTATIVOS PARA AYUDA EN LA RESOLUCIÓN DE CADA ASIGNACIÓN.**

- **SEA PUNTUAL EN LA FECHA ESTABLECIDA.**

INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA

TEMA: EL CONCEPTO DE FUNCIONES

INDICACIONES: Haga una lectura completa y analítica del Documento que está colgado en el canal del colegio que lleva por título: CALCULO DIFERENCIAL: Las Funciones. Luego responde a las siguientes preguntas en frase completa y envía por el medio y en la fecha que aparece en la guía.

VALOR: 40 PTS.

1). ¿Qué es una función?

2). ¿Qué es el dominio de una función?

3). ¿Qué es el codominio de una función?

4). ¿Quién y cuándo fue el primero en usar el término de función?

5). ¿Qué significa ¨ego cogito ergo sum¨?

6). ¿Qué otras investigaciones hizo René Descartes?

7). ¿Cómo se define la gráfica de una función?

8). ¿Qué podemos hacer para estar seguro de que nuestra gráfica es una función?

9). ¿Cuántas formas de representar una función existen? Explique cada una.

10). ¿Qué es el proceso de valorización?. Haga un ejemplo.

11). Haga un esquema sobre la clasificación de funciones.

12). ¿ A qué se refieren las funciones algebraicas?

13). ¿ A qué se refieren las funciones trascendentes?

14). ¿Investiga que estudia el cálculo diferencial?

15). Redacte una breve biografía de René Descartes (en Media página) y coloque una imagen del mismo.

TEMA Nº1: FUNCIÓN LINEAL

a) Función constante

Es un caso especial de la función lineal donde la pendiente es cero, m=0. Su expresión analítica es f$(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}, \boldsymbol{c} \in \mathbb{R}$ siendo un número determinado donde todos los valoresde salida son iguales a ese número. Su gráfica es una recta horizontal.

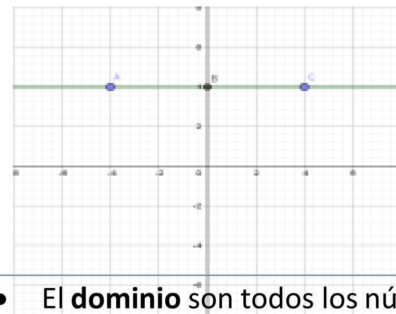
- El **dominio** son todos los números reales.
  - $\boldsymbol{D_f} = \mathbb{R}$
- El **codominio** es un solo número.
  $\boldsymbol{C_f} = \boldsymbol{c}$
- La **gráfica** es una **recta horizontal.**

Ejemplo 1:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{4}$$

$D_f = \mathbb{R}$ $\quad$ $C_f = 4$

	-4	0	4
	4	4	4



b) Función lineal

Una función de la forma y $= \boldsymbol{m}\ \boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}$ se denomina función lineal, su gráfica es una línea recta con pendiente (inclinación) m e intersección con el eje de las y en b, es decir el punto $(0, b)$.

Si $m >$ 0 la función es creciente. Si $m < 0$ la función es decreciente

- El **dominio** son todos los números reales.
  $\boldsymbol{D_f} = \mathbb{R}$
- El **codominio** son todos los números reales.
  $\boldsymbol{C_f} = \mathbb{R}$

Ejemplo 2:

Determina los principales elementos y traza la gráfica para la siguiente función:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{2}\ \boldsymbol{x} + \boldsymbol{2}$$

Solución:

$\boldsymbol{D_f} = \mathbb{R}$ $\quad$ $m = 2$ es positiva función creciente

$\boldsymbol{C_f} = \mathbb{R}$

....

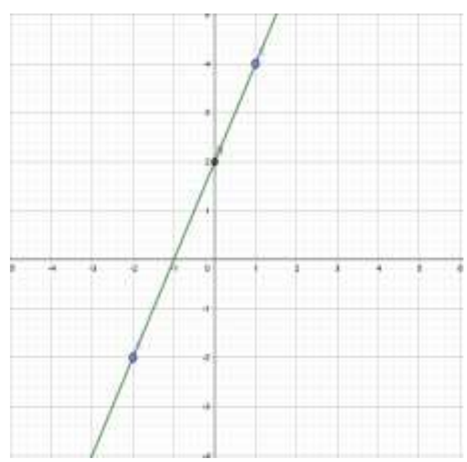
Ordenada en el origen 2 →(0,2)

....

Tabla de valores

	-2	0	1
	-2	2	4

- La **gráfica** es una **recta.**



Ejemplo para graficar funciones lineales

Dada la función lineal $f(x) = 7x - 8$ encuentre los siguientes elementos:

a) Dominio de la función: El dominio de toda función lineal es el conjunto de todos los números reales, es decir: $D(f) = \mathbb{R}$

b) Codominio de la función: El codominio de toda función lineal es el conjunto de todos los números reales, es decir: $Cod(f) = \mathbb{R}$.

c) Ordenada en el origen (b): Si comparamos

$$y = mx + b$$
$$f(x) = 7x - 8$$

entonces $b = -8$

d) Par ordenado correspondiente a la intersección con el eje Y

$$(0,b) \rightarrow (0,-8)$$

e) Pendiente (m): Si comparamos

$$y = mx + b$$
$$f(x) = 7x - 8$$

entonces $m = 7$

f) ¿Es m creciente o decreciente: Como $m = 7$ es positivo entonces m es creciente.

g) Tabla de valores: Uno de los puntos es el encontrado en d. Lo llamaremos $A = (0,-8)$. Para encontrar los otros dos puntos asignemos 2 valores cualesquiera de x para encontrar su ordenada "y". Elijamos $x = 2$ y $x = -1$

	A	B	C
X	0	2	-1
Y	-8	6	-15

Valorizando tenemos:

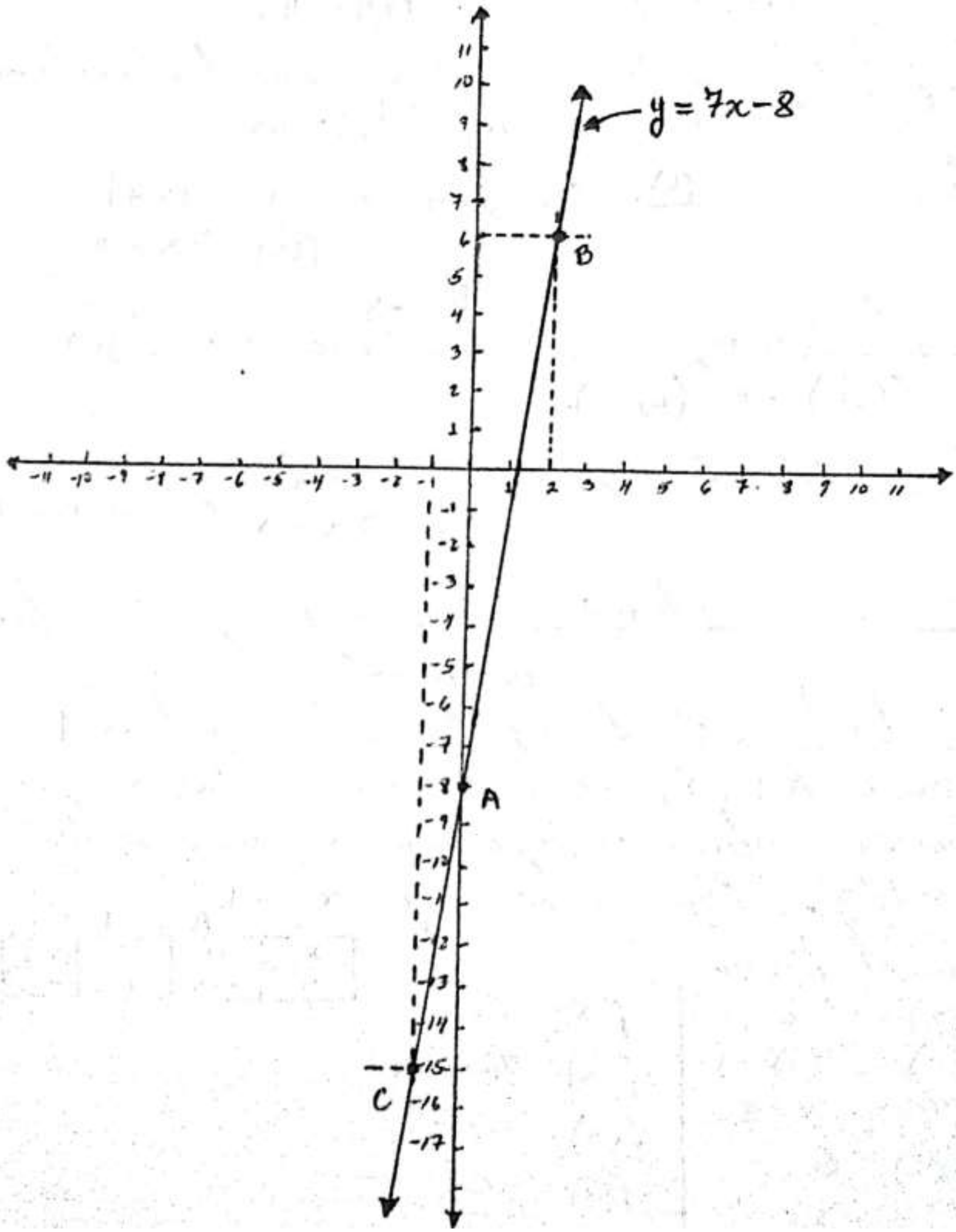
$$f(x) = 7x - 8$$
$$f(2) = 7(2) - 8$$
$$f(2) = 14 - 8$$
$$f(2) = 6.$$

Luego $B = (2,6)$

$$f(x) = 7x - 8$$
$$f(x) = 7(-1) - 8$$
$$f(x) = -7 - 8$$
$$f(x) = -15$$

Luego: $C = (-1,-15)$

h.) Gráfica de la función $f(x) = 7x - 8$



ASIGNACIÓN Nº1

VALOR: 20 PTS

FECHA DE ENTREGA: 26 DE AGOSTO DE 2022

Realice cada ejercicio en forma ordenada con todos los elementos solicitados. Sólo haga el problema que le corresponde. Los elementos solicitados son:

a) Dominio de la función (1 pto)
b) Rango o codominio de la función (1 pto)
c) Ordenada en el origen (b) (1 pto)
d) Par ordenado correspondiente a la intersección con el eje y. (1 pto)
e) Pendiente (m) (1 pto)
f) Concluir según m, si su pendiente es creciente o decreciente (1pto)
g) Elabore una tabla de valores con tres puntos para graficar la función lineal. Uno de los puntos debe ser el encontrado en el proceso d. (ordenada en el origen) Debe escribir el proceso de valorización para encontrar los otros dos puntos. (7 pts)

x			
y			

h) Haga la gráfica de la función lineal, en el plano cartesiano. Sea nítido y utilice correctamente la regla.

(7 pts)

1) $f(x) = 3x + 12$
2) $f(x) = -7x + 7$
3) $f(x) = -10x - 5$
4) $f(x) = 6x + 4$
5) $f(x) = -8x + 7$

TEMA Nº2: FUNCIÓN CUADRÁTICA

Función cuadrática

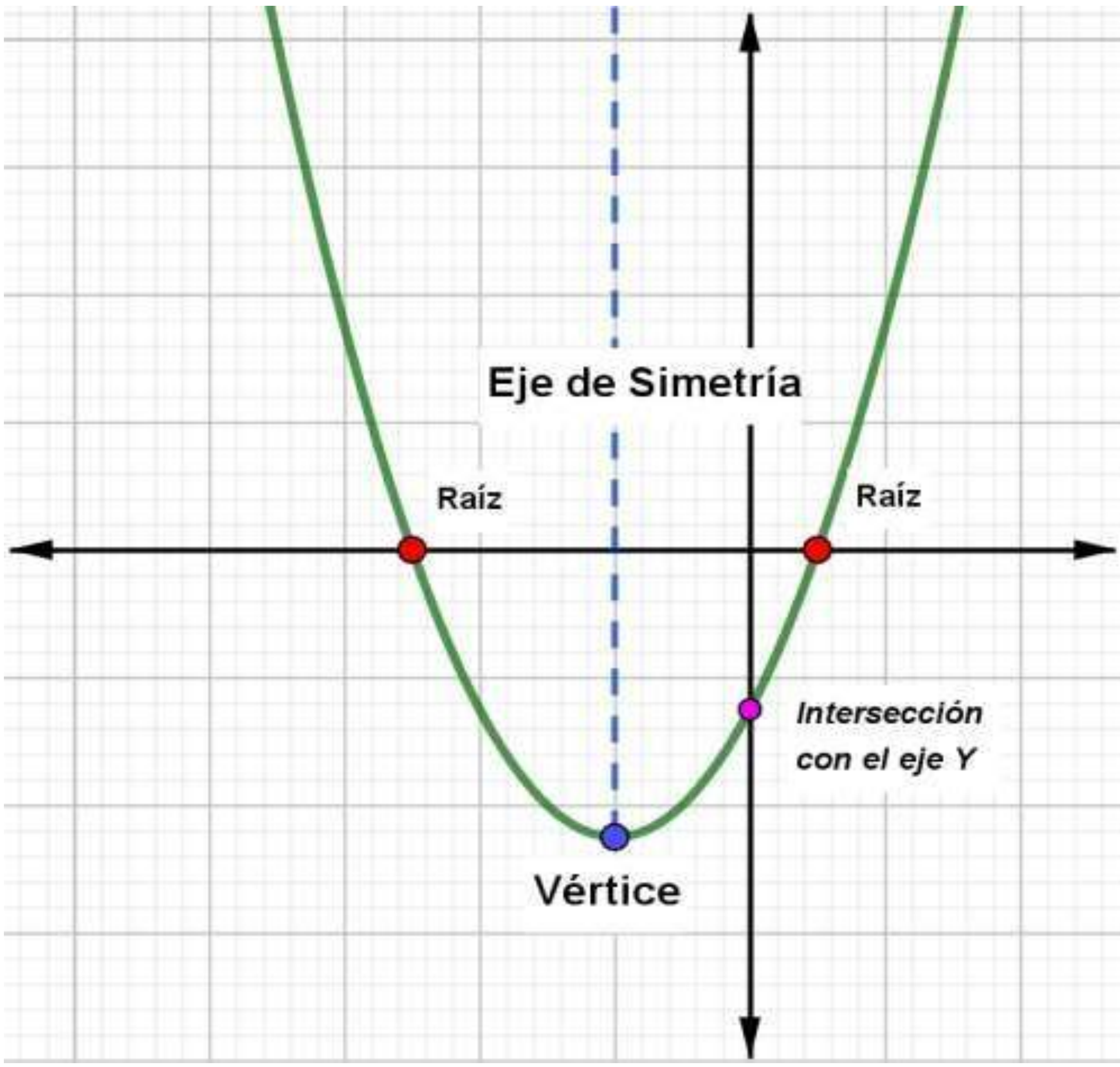
Es una función polinomial de grado dos. Su escritura característica es:

$\boldsymbol{f(x) = a\,x^2 + b\,x + c}$, $\boldsymbol{a \neq 0}$, pero también la podemos encontrar escrita como:

$\boldsymbol{f(x) = a(x-h)^2 + k}$ donde $\boldsymbol{V(h,k)}$

Aspectos importantes:

- $\boldsymbol{a > 0}$ concavidad hacia arriba.
- $\boldsymbol{a < 0}$ concavidad hacia abajo.
- El dominio son todos los *números* reales.
  $$\boldsymbol{D_f} = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$
- *Vértice:* $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$
- Posee intervalos creciente y decreciente.
- El valor Máximo o Mínimo de una función cuadrática se presenta en $\boldsymbol{x = -\frac{b}{2a}}$, de aquí:
  - Si $\boldsymbol{a > 0}$ entonces tendrá un valor mínimo y será $\boldsymbol{f\left(-\frac{b}{2a}\right)}$,
  - Si $\boldsymbol{a < 0}$ entonces tendrá un valor máximo y será $\boldsymbol{f\left(-\frac{b}{2a}\right)}$.
- La intersección con el eje $\boldsymbol{y}$ se da cuando $\boldsymbol{x = 0}$, por tanto, en $\boldsymbol{(0, c)}$
- Su representación gráfica es una parábola de eje de simetría vertical.
- El eje de simetría corresponde a $\boldsymbol{x = -\frac{b}{2a}}$
- Si $\boldsymbol{a < 0}$ entonces el codominio son los valores menores e iguales "≤" al valor de la "$\boldsymbol{y}$ "del vértice:
  $$\boldsymbol{C_f} = (-\infty, \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{vértice}}]$$
- Si $\boldsymbol{a > 0}$ entonces el codominio son los valores mayores e iguales "≥ "al valor de la " $\boldsymbol{y}$ "del vértice:
  $$\boldsymbol{C_f} = [\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{vértice}}, \infty)$$
- La intersección con el eje $\boldsymbol{x}$ (raíces de la función) corresponde a un par ordenado, donde $\boldsymbol{y = 0}$.
  Para determinar los valores de $\boldsymbol{x}$ que satisfacen la ecuación:
  $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$; se puede hacer uso de la fórmula,
  $$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
  la misma puede tener: dos raíces reales, una raíz real (de multiplicidad 2) o no tener raíces reales.


Eje de Simetría
Raíz
Raíz
Intersección
con el eje Y
Vértice

Ejemplo 1:
Determine los principales elementos y trace la gráfica para la siguiente función:

$$f(x) = -2\,x^2 + 5\,x - 2$$

Solución:

....

Dominio: $D_f = \mathbb{R}$

....

$a = -2 \quad b = 5 \quad c = -2$

$a < 0$ concavidad hacia abajo.

....

Vértice $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

$$V\left(-\frac{5}{2(-2)}, \frac{4(-2)(-2)-(5)^2}{4(-2)}\right)$$

$$V\left(-\frac{5}{-4}, \frac{16-25}{-8}\right)$$

$$V\left(\frac{5}{4}, \frac{-9}{-8}\right) = V\left(\frac{5}{4}, \frac{9}{8}\right)$$

....

Como $a < 0$ la función posee un máximo en $f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{9}{8}$.

....

Intersección con el eje y, se da cuando $x = 0$

$$f(0) = -2\,(0)^2 + 5\,(0) - 2 = -2, \rightarrow (0, -2)$$

....

Eje de simetría $x = \frac{5}{4}$.

La intersección con el eje x, se da cuando $y = 0$; donde $0 = -2x^2 + 5x - 2.$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(-2)(-2)}}{2(-2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{-4}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{-4}$$

$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 3}{-4}$ → Donde;

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = \frac{-5+3}{-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right) \\ x_2 = \frac{-5-3}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2 \rightarrow (2,0) \end{array}}$$

....

Codominio: $\left(-\infty, \frac{9}{8}\right]$

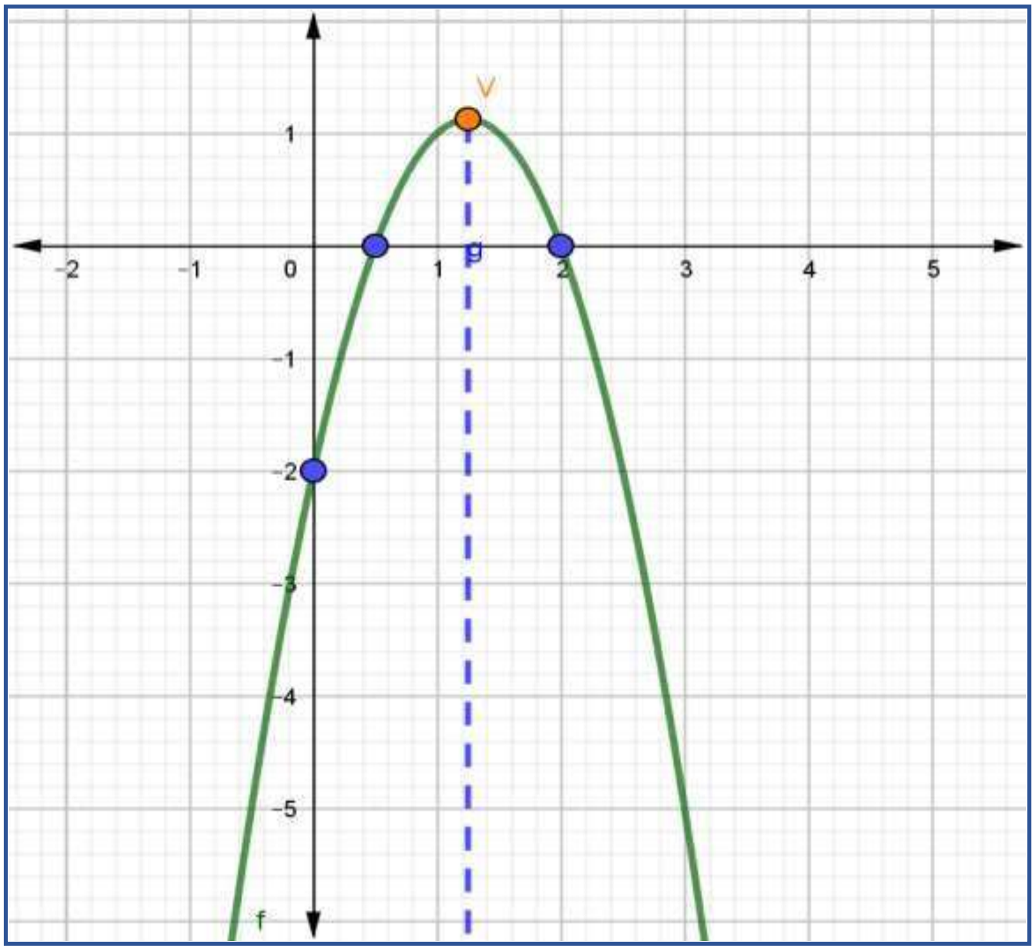
....

…………………………………………..

Tabla de Valores

x	0	½	5/4	2	5/2
y	-2	0	9/8	0	-2

Gráfica



Ejemplo 2:

Determina los principales elementos y traza la gráfica para la siguiente función:

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

Solución

$D_f = \mathbb{R}$

$C_f = [-\frac{49}{12}, \infty)$

....

$a = 3 \quad b = 5 \quad c = -2$

Vértice $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

$$V\left(-\frac{5}{2(3)}, \frac{4(3)(-2)-5^2}{4(3)}\right)$$

$$V\left(-\frac{5}{6}, \frac{-24-25}{12}\right)$$

$$V\left(-\frac{5}{6}, \frac{-49}{12}\right)$$

....

Valor mínimo:

$$f\left(-\frac{5}{6}\right) = 3\left(-\frac{5}{6}\right)^2 + 5\left(-\frac{5}{6}\right) + 2$$

$$f\left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{49}{12}$$

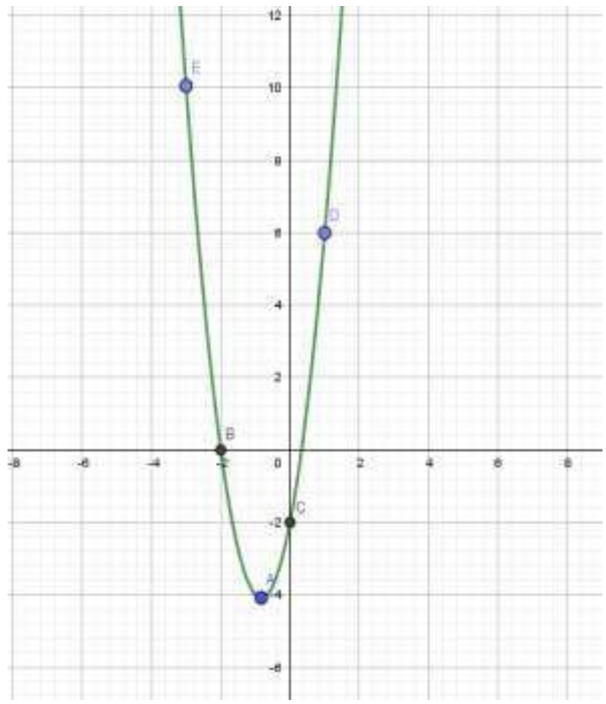


Tabla de Valores

x	-3	-2	-5/6	0	1
y	10	0	- 49/12	-2	6

Ejemplo 3:

Determina los principales elementos y traza la gráfica para la siguiente función:

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5$$

Solución

....

Dominio : $D_f = (-\infty, \infty)$

....

$a = 3 \quad b = -2 \quad c = 5$

$a > 0$ **concavidad hacia arriba**

Intersección con el eje x, se da cuando y=0

$$3x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(5)}}{2(3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 60}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-56}}{6}$$

Toma Nota

……………………………………………

Vértice $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

$$x = -\frac{-2}{2(3)} = +\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{4(3)(5)-(-2)^2}{4(3)} = \frac{60-4}{12} = \frac{56}{12} = \frac{14}{3} \rightarrow$$

$$V\left(\frac{1}{3}, \frac{14}{3}\right)$$

Otra forma de determinar la coordenada y

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{3}\right) + 5 = \frac{14}{3}$$

……………………………………………

Como $a > 0$ la función posee un mínimo en $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{14}{3}$.

……………………………………………

Intersección con el eje y, se da cuando $x = 0$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5 \rightarrow f(0) = 5 \rightarrow (0, 5)$$

……………………………………………

Eje de simetría $x = \frac{1}{3}$.

……………………………………………

No corta al eje de las x (la función no posee raíces reales), (discriminante negativa, en los números reales no hay solución para raíces de índice par y cantidad subradical negativa)

……………………………………………

Codominio : $\left[\frac{14}{3}, \infty\right)$

……………………………………………

Gráfica

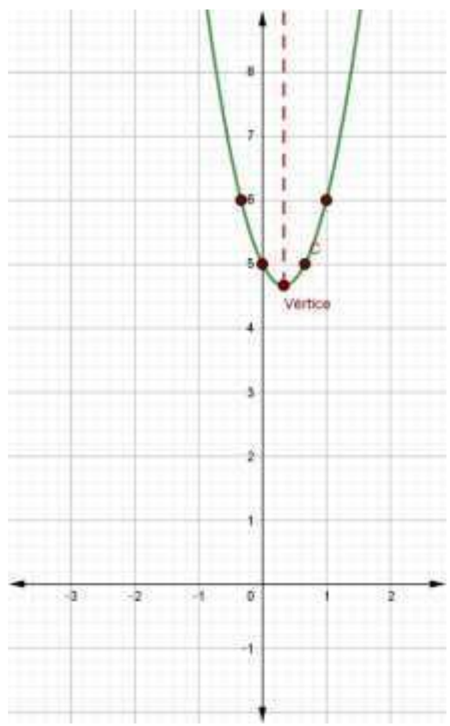


Tabla de Valores

x	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
y	6	5	$\frac{14}{3}$	5	6

Ejemplo para asignación N°2.

Graficar una ecuación cuadrática.

Determine los principales elementos de la siguiente función cuadrática y trace la gráfica. $f(x) = -3x^2+6x+5$

a) Dominio de f: El dominio de toda función cuadrática es $D_f=\mathbb{R}$.

b) Valores a, b y c : $a=-3$; $b=6$; $c=5$

c) Dirección de concavidad: Como $a<0$ (negativa) entonces la concavidad de la parábola es hacia abajo.

d) Vértice de la parábola:

$$V\left(\frac{-b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$$

$$V\left(\frac{-6}{2(-3)},\ \frac{4(-3)(5)-(6)^2}{4(-3)}\right)$$

$$V\left(\frac{-6}{-6},\ \frac{-60-36}{-12}\right)$$

$$V\left(1,\ \frac{-96}{-12}\right) \Rightarrow \boxed{V(1,8)}$$

e) ¿Máximo o mínimo? Como en el punto c dijimos que la concavidad es hacia abajo, entonces la parábola tiene un máximo en el vértice. Sería calcular $f(1)$

$$f(x) = -3x^2+6x+5$$
$$f(1) = -3(1)^2+6(1)+5$$
$$f(1) = -3(1)+6+5$$
$$f(1) = -3+11$$
$$f(1) = 8$$

f) Codominio de f: Como el máximo valor en el eje y es 8 entonces $C_f = (-\infty, 8]$

g) Intersección con el eje y: Se da cuando $x=0$

$$f(x) = -3x^2+6x+5$$
$$f(0) = -3(0)^2+6(0)+5$$
$$f(0) = 0+0+5 \Rightarrow f(0)=5$$
$$\boxed{A(0,5)}$$

h) Intersecciones con el eje x: Se da cuando $y=0$. Usamos la fórmula cuadrática $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x_{1,2} = \frac{-(6) \pm \sqrt{6^2-4(-3)(5)}}{2(-3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36+60}}{-6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{96}}{-6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 9.8}{-6} \Rightarrow$$

$x_1 = \frac{-6+9.8}{-6}$	$x_2 = \frac{-6-9.8}{-6}$
$x_1 = \frac{3.8}{-6}$	$x_2 = \frac{-15.8}{-6}$
$x_1 = -0.6$	$x_2 = +2.6$

Por lo tanto, los puntos de intersección son:

$B(-0.6, 0)$	$C(2.6, 0)$

i) Eje de simetría: Es la recta vertical que divide a la parábola por la mitad. Es $x = \frac{-b}{2a}$

$$x = \frac{-6}{2(-3)}$$

$$x = \frac{-6}{-6}$$

$$x = 1$$

J) <u>Tabla de valores:</u> Hacemos la tabla con los 4 puntos ya encontrados (V, A, B, C) con el vértice (V) en el centro y encontramos un quinto punto (D) dándole un valor cualquiera a "x" en la función para encontrar su ordenada y.

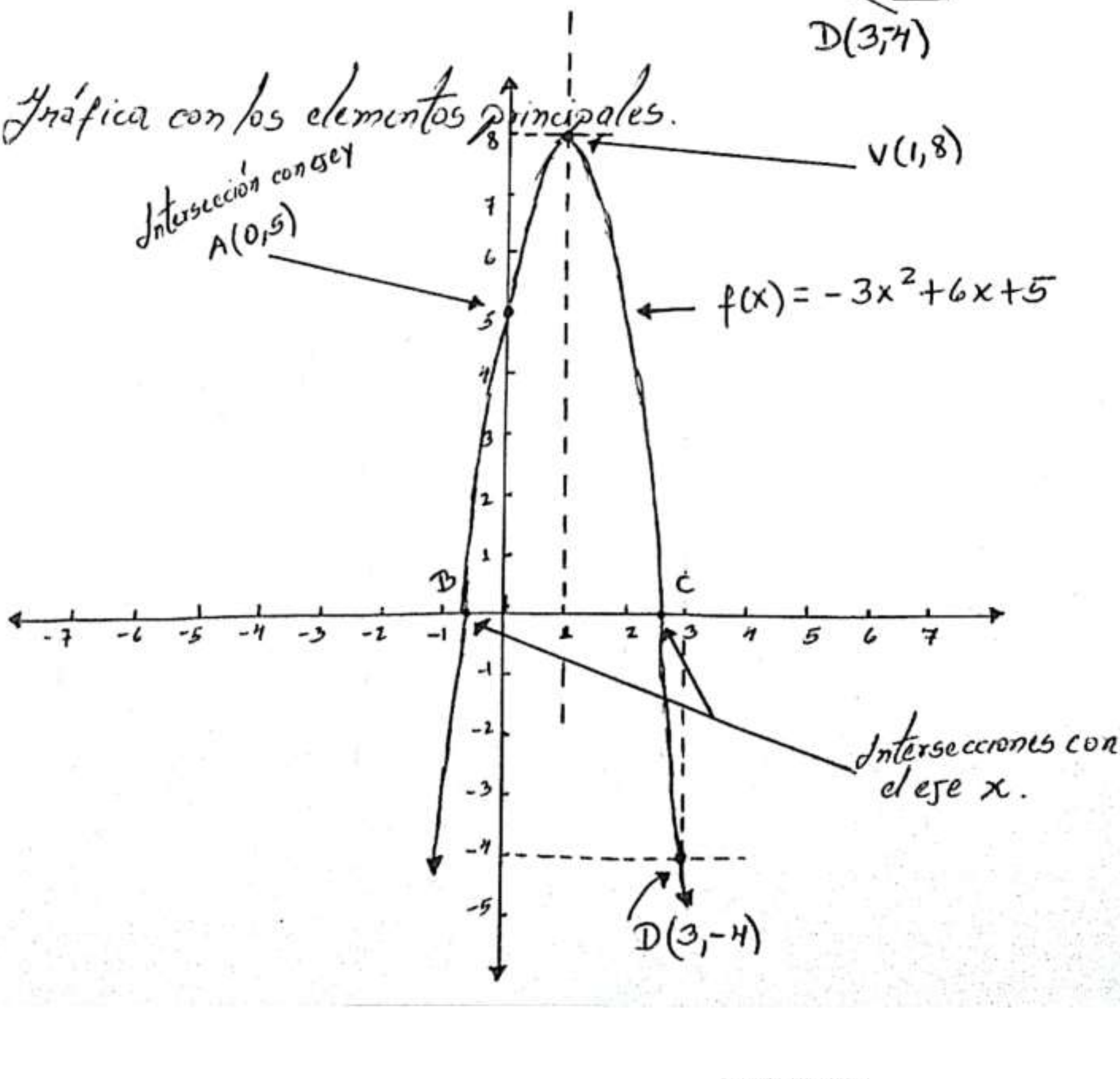
	B	A	V	C	D
X	-0.6	0	1	2.6	3
Y	0	5	8	0	-4

Asignemos $x = 3$

$$f(x) = -3x^2 + 6x + 5$$
$$f(3) = -3(3)^2 + 6(3) + 5$$
$$f(3) = -3(9) + 18 + 5$$
$$f(3) = -27 + 23$$
$$f(3) = \underline{-4}$$

D(3,-4)

K) Gráfica con los elementos principales.

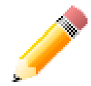


ASIGNACIÓN Nº2.

VALOR: 40 PTS

FECHA DE ENTREGA: 2 DE SEPT DE 2022

TEMA: FUNCIONES CUADRÁTICAS



Realice cada ejercicio en forma ordenada con todos los elementos solicitados. Sólo haga el problema que le corresponde. Los elementos solicitados son:

a) Dominio de la función (1pto)
b) Valores a , b y c (1pto)
c) Dirección de la concavidad de la parábola (1pto)
d) Vértice de la parábola (5 pto)
e) Hallar el valor máximo o mínimo de la ordenada. (4 ptos)
f) Codominio de la función (1 pto)
g) Intersección con el eje y. (3 pts).
h) Intersecciones con el eje x. (8 pts)
i) Eje de simetría. (2 pts)
j) Tabla de valores encontrando un último punto (5 pts)
k) Gráfica con los elementos principales (9 pts).

1) $f(x) = 5x^2 - 20x + 16$
2) $f(x) = -x^2 + 8x - 15$
3) $f(x) = x^2 - 4x - 5$
4) $f(x) = -x^2 - 6x + 5$
5) $f(x) = 2x^2 + 4x - 4$

TEMA Nº3: FUNCIÓN RACIONAL, FUNCIÓN IRRACIONAL Y FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

1. FUNCIÓN RACIONAL

$\boldsymbol{Son\ funciones\ de\ la\ forma}$ $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{h(x)}}{\boldsymbol{g(x)}}$ donde $\boldsymbol{h(x)}$ y $\boldsymbol{g(x)}$ son polinomios además $\boldsymbol{g(x) \neq 0}$. El dominio son todos los números reales excepto los valores que hacen 0 el polinomio del denominador $\boldsymbol{g(x)}$, es decir: $\boldsymbol{D_f} = \mathbb{R} - \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} /\ \boldsymbol{g(x) = 0}\ \}$	**Aspectos importantes:** Una función racional que no posee factores comunes en los polinomios que la forman, tendrá rectas que nos ayudan en su trazado llamadas asíntotas, las mismas orientan sobre el comportamiento de la función en sus cercanías.

Asíntota Vertical: ocurren en los valores que hacen cero al polinomio del denominador, tendrá la forma $\boldsymbol{x = a}$, siendo $\boldsymbol{a}$ un valor que anula al polinomio del denominador.

Asíntota horizontal: Para determinarla seguiremos la siguiente regla:
Sea $\boldsymbol{m}$ el grado del polinomio del numerador y $\boldsymbol{n}$ el grado del polinomio del denominador.

- Si $\boldsymbol{m < n}$ entonces la recta $\boldsymbol{y = 0}$ es la Asíntota horizontal
- Si $\boldsymbol{m = n}$ entonces la recta $\boldsymbol{y} = \frac{\boldsymbol{a_m}}{b_n}$ es la Asíntota horizontal siendo $\boldsymbol{a_m}$ el coeficiente del término de mayor potencia en el numerador y $\boldsymbol{b_m}$ el coeficiente del término de mayor potencia en el denominador.
- Si $\boldsymbol{m < n}$ entonces no tiene Asíntota horizontal

El codominio se determinará por medio del gráfico.
Si $\boldsymbol{x = 0}$ pertenece al dominio de la función racional, entonces la función tendrá intersección con el eje $\boldsymbol{y}$ en $\boldsymbol{f(0)}$.
Si tiene intersección con el eje $\boldsymbol{x}$, esta se da en los valores que hacen que el polinomio del numerador en la función racional reducida, $\boldsymbol{f(x)} = \frac{\boldsymbol{h(x)}}{\boldsymbol{g(x)}}$, de cero; es decir $\boldsymbol{h(x) = 0}$.

Ejemplo 1: Determine los principales elementos y traza la gráfica para la siguiente función:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{x}{x-2}}$$

Solución

Para determinar el dominio, se debe tener presente que la función no está definida cuando el denominador vale cero.

$$\boldsymbol{x - 2 = 0}$$
$$\boldsymbol{x = 2}$$
$$\boldsymbol{D_f = \mathbb{R} - \{ 2 \}}$$
$$\boldsymbol{C_f = \mathbb{R} - \{ 1 \}}$$

....

Intersección con el eje $\boldsymbol{y}$, se da para $\boldsymbol{x = 0}$

$\boldsymbol{f(0) = \frac{0}{0-2} = \frac{0}{-2} = 0 \rightarrow (0, 0)}$.

Asíntota Vertical

$$\boldsymbol{x - 2 = 0}$$
$$\boldsymbol{x = 2}$$

....

Asíntota Horizontal

El grado de $h(x)$ es uno y el grado de $q(x)$ es uno, de donde tenemos que los grados son iguales, por lo tanto, se tiene que la recta

$$y = \frac{a_m}{b_n}$$

es una asíntota horizontal

$$y = \frac{1}{1} = 1$$

La intersección con el eje x, se da para $y = 0$

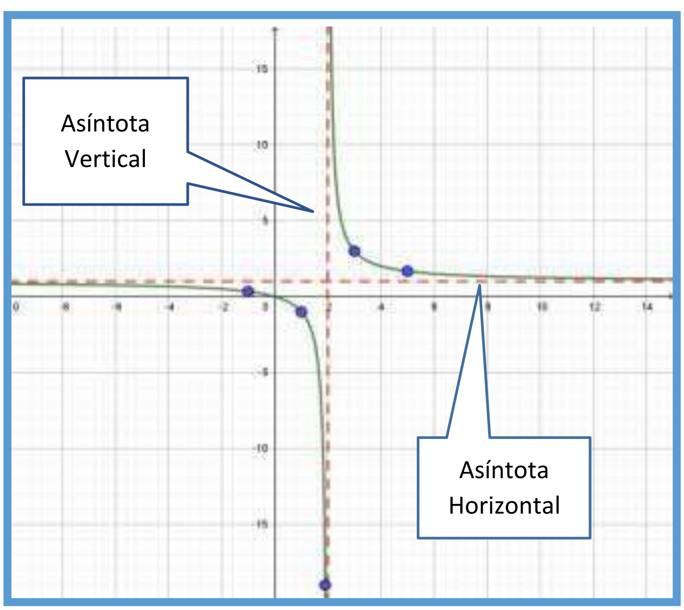
$$0 = \frac{x}{x - 2}$$

$x = 0 \rightarrow (0,0)$

....

Tabla de Valores

x	-1	1	1.9	2.1	3	5
y	1/3	-1	-19	21	3	5/3



2. FUNCIÓN IRRACIONAL

Sea $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{g(x)}}$

Se estudiará solo para cuando la cantidad subradical $g(x)$ es una expresión de primer grado, es decir $g(x) = bx + c$

- El **dominio** será el conjunto formado por todos los valores que resulten al resolver $g(x) \geq 0$, el mismo tendrá una de las siguientes formas.
  D$_f$ = $[-\frac{c}{b}, \infty)$ **o** **D$_f$** = $(-\infty, -\frac{c}{b}]$
- El **codominio** son todos los reales positivos incluyendo el cero.
  C$_f$ = $[0, \infty)$
- La **gráfica** es una semi parábola de eje de simetría horizontal. Su vértice será el punto $(-\frac{c}{b}, 0)$.

Ejemplo 1: Dada la función $f(x) = \sqrt{2x - 1}$

Dominio de la función

$2\,x - 1 \geq 0$

$2\,x \geq 1$

$x \geq$ ½ D$_f$ = $[\frac{1}{2}, \infty)$

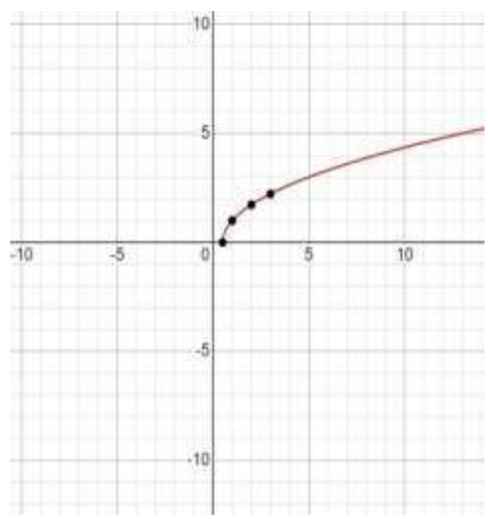
....

C$_f$ = $[0, \infty)$

....

Tabla de valores

	1/2	1	2	3
	0	1	1.73	2.23



3. FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

Dada la function

$$\boldsymbol{f(x) = |g(x)|}$$

Se estudiará funciones con valor absoluto solo para cuando la cantidad dentro del valor absoluto es una expresión de primer grado.

- El **dominio** son todos los números reales.
  D$_f$ = $\mathbb{R}$
- El **codominio** son todos los reales positivos incluyendo el cero.
- **C$_f$ =** $[0, \infty)$
- La **gráfica** tiene la forma de una V, abierta hacia arriba cuando el signo que anteceda el valor absoluto es positivo.

Ejemplo 1:

$$f(x) = |2x - 4|$$

D$_f$ **=** $\mathbb{R}$

C$_f$ **=** $[0, \infty)$

....

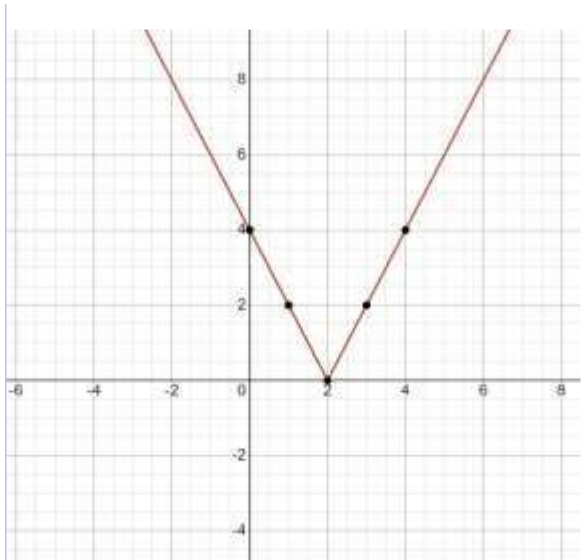
Para determinar el vértice se iguala a cero la expresión lineal dentro del valor absoluto y así se habrá determinado la abscisa del vértice que origina la gráfica.

$$2\,x - 4 = 0$$
$$2\,x = 4$$
$$x = \frac{4}{2}$$
$$x = \mathbf{2}$$

Para determinar la ordenada se evalúa la abscisa en la función

$$f(2) = |2(2) - 4| = 0$$

Vértice de la gráfica valor absoluto $V(2,0)$



....

Tabla de valores

x	0	1	**2**	3	4
y	4	2	0	2	4

Ejemplo guía para asignación N° 3

Determine los principales elementos de las siguientes funciones y trace la gráfica.

F. Racional: $y = \dfrac{4x+1}{2x+1}$

a) Dominio: Todos los números excepto el que hace "0" el denominador. Así:

$$2x+1 \neq 0$$
$$2x \neq -1$$
$$x \neq \frac{-1}{2}.$$

Entonces $D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$

b) Asíntota Vertical: Se encuentra cuando el denominador es igual a cero.

$$2x+1 = 0$$
$$2x = -1$$
$$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$$

c) Asíntota Horizontal: Grado del numerador = 1
Grado del denominador = 1 iguales

Entonces $a_m = 4$ y $b_n = 2 \Rightarrow y = \dfrac{a_m}{b_n} = \dfrac{4}{2}$

$$\boxed{y = 2}$$

d) Intersección con el eje y: Esto es haciendo $x = 0$

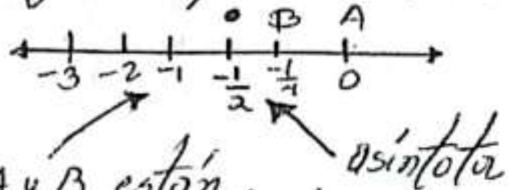
$$y = \frac{4x+1}{2x+1} = \frac{4(0)+1}{2(0)+1}$$
$$y = \frac{0+1}{0+1}$$
$$y = \frac{1}{1} \qquad \boxed{A(0,1)}$$
$$y = 1$$

e) Intersección con el eje x: Esto es haciendo $y = 0$

$$\frac{4x+1}{2x+1} = 0 \Rightarrow 4x+1 = 0(2x+1)$$
$$4x+1 = 0$$
$$4x = -1$$
$$x = -\frac{1}{4} \quad B\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$$
$$B(-0.25, 0)$$

f.) tabla de valores: Se toma como referencia la asíntota vertical y se asignan los valores a la derecha y la izquierda de la misma

	E	D	C	B	A
x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{4}$	0
Y	2.2	2.3	3	0	1



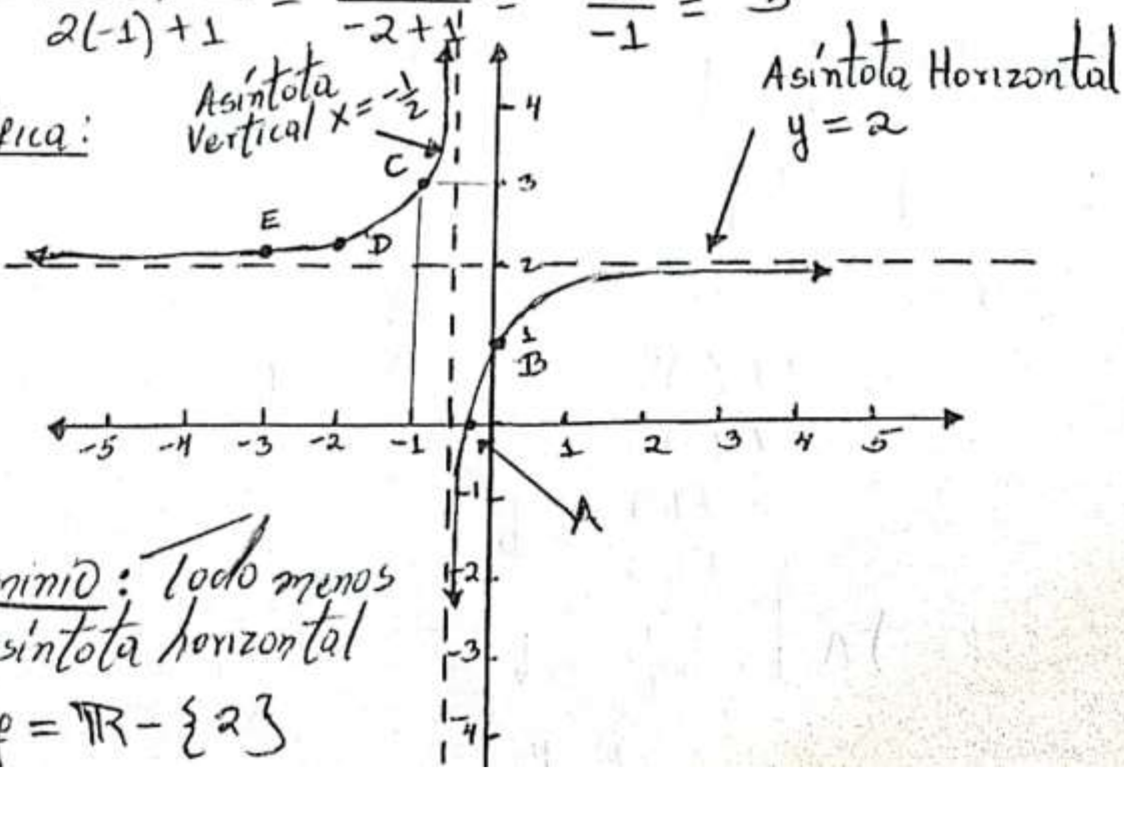
Habrá que calcular esos 3 valores: $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1)$.

$$f(-3) = \frac{4(-3)+1}{2(-3)+1} = \frac{-12+1}{-6+1} = \frac{-11}{-5} = 2.2$$

$$f(-2) = \frac{4(-2)+1}{2(-2)+1} = \frac{-8+1}{-4+1} = \frac{-7}{-3} = 2.3$$

$$f(-1) = \frac{4(-1)+1}{2(-1)+1} = \frac{-4+1}{-2+1} = \frac{-3}{-1} = 3$$

g.) Gráfica:



h) Codominio: Todo menos la asíntota horizontal

$$Cod f = \mathbb{R} - \{2\}$$

Escaneado con CamScanner

ASIGNACIÓN Nº3(PARTE 1)

TEMA: FUNCIÓN RACIONAL.

VALOR: 25 PTS

FECHA DE ENTREGA: 9 DE SEPT DE 2022

Realice cada ejercicio en forma ordenada con todos los elementos solicitados. Sólo haga el problema que le corresponde. Los elementos solicitados son:

a) Dominio de la función (1pto)
b) Asíntota vertical (2 pto)
c) Asíntota horizontal (2 pto)
d) Intersección con el eje y (3 pto)
e) Intersección con el eje x (3 pto)
f) Tabla de valores, aparte de los puntos A y B , debe encontrar tres puntos más (6 pts).
g) Haga la gráfica de la función racional señalando sus elementos, en el plano cartesiano. Sea nítido y utilice correctamente la regla. (7 pts).
h) Codominio de la función. (1 pto).

1) $f(x) = \frac{2x-2}{2x+6}$

2) $f(x) = \frac{x+5}{x-3}$

3) $f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$

4) $f(x) = \frac{sx+3}{6x-2}$

5) $f(x) = \frac{x+5}{x+4}$

Ejemplo guía para asignación 3 (PARTE 2 y 3)

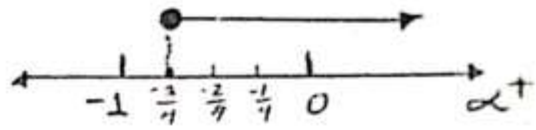
* **Función Irracional:** → Determine los principales elementos de las siguientes funciones y trace la gráfica.

$$f(x) = \sqrt{4x+3}$$

a) Dominio de f: Son todos los números cuando el radical sea mayor o igual a cero. Así: subradical → $4x+3$

Entonces:

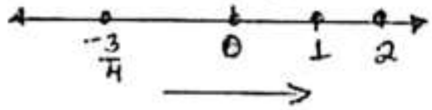
$$4x+3 \geqslant 0$$
$$4x \geqslant -3$$
$$x \geqslant -\frac{3}{4}$$
$$x \geqslant -0.75$$



$$\text{Dom}(f) = \left[-\frac{3}{4}, \alpha^+\right)$$

b) Codominio de f: Siempre serán todos los reales positivos incluyendo el cero. Así: $C(f) = [0, \alpha^+)$

c) Tabla de valores: Asignaremos 4 valores que sean del dominio, en este caso, mayores que $-\frac{3}{4}$ siendo éste el primer valor: Así



. Luego valorizamos

	A	B	C	D
x	$-\frac{3}{4}$	0	1	2
y	0	1.7	2.6	3.3

$x = -\frac{3}{4}$

$f(x) = \sqrt{4x+3}$

$f(-\frac{3}{4}) = \sqrt{\cancel{4}(-\frac{3}{\cancel{4}})+3}$

$f(-\frac{3}{4}) = \sqrt{-3+3}$

$f(-\frac{3}{4}) = \sqrt{0}$

$f(-\frac{3}{4}) = 0$

$y = 0$

$x = 0$

$f(0) = \sqrt{4(0)+3}$

$f(0) = \sqrt{0+3}$

$f(0) = \sqrt{3}$

$f(0) \cong 1,7$

$y = \cong 1.7$

$x = 1$

$f(1) = \sqrt{4(1)+3}$

$f(1) = \sqrt{4+3}$

$f(1) = \sqrt{7}$

$f(1) \cong 2.6$

$y \cong 2.6$

$x = 2$

$f(2) = \sqrt{4(2)+3}$

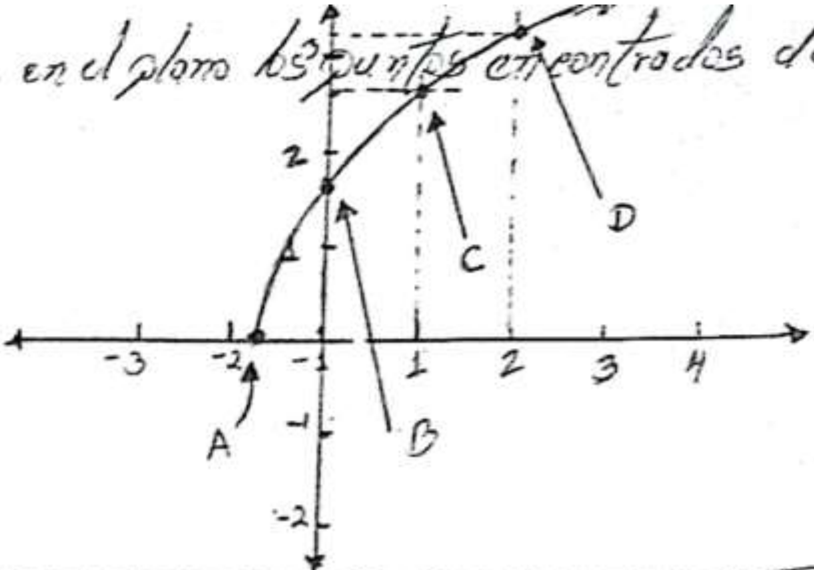
$f(2) = \sqrt{8+3}$

$f(2) = \sqrt{11}$

$f(2) \cong 3.3$

$y = 3.3$

d) Gráfica: Ubicamos en el plano los puntos encontrados de la parte anterior.



* Función Valor Absoluto: Determine para $f(x)=|6x-36|$ lo siguiente:

e) Dominio de f: Siempre es todos los reales, es decir:

$$D(f) = \mathbb{R}$$

f) Codominio de f: Siempre es desde cero al infinito positivo, es decir: $C(f) = [0, \infty^+)$

g) Vértice: Se iguala a cero la función dada, para encontrar "x" y luego valorizamos para hallar "y" y así obtener el punto V. Así $\rightarrow$ $f(x) = |6x - 36|$

$$6x - 36 = 0$$
$$6x = 36$$
$$x = \frac{36}{6}$$
$$x = 6$$

Luego $f(6) = |6(6) - 36|$

$$f(6) = |36 - 36|$$
$$f(6) = |0|$$
$$f(6) = 0$$
$$y = 0.$$

Por lo tanto el punto V es $(6,0)$. (vértice) h.) Tabla de valores: Asignamos 2 valores a la derecha y a la izquierda del vértice así: $\longleftarrow 4 \quad 5 \quad \underline{6} \quad 7 \quad 8 \longrightarrow$ Luego valorizamos

	A	B	V	C	D
x	4	5	6	7	8
y	12	6	0	6	12

$x = 4$

$f(x) = |6x - 36|$

$f(4) = |6(4) - 36|$

$f(4) = |24 - 36|$

$f(4) = |-12|$

$f(4) = 12$

$y = 12$

$x = 5$

$f(5) = |6(5) - 36|$

$f(5) = |30 - 36|$

$f(5) = |-6|$

$f(5) = 6$

$y = 6$

$x = 7$

$f(7) = |6(7) - 36|$

$f(7) = |42 - 36|$

$f(7) = |6|$

$y = 6$

$x = 8$

$f(8) = |6(8) - 36|$

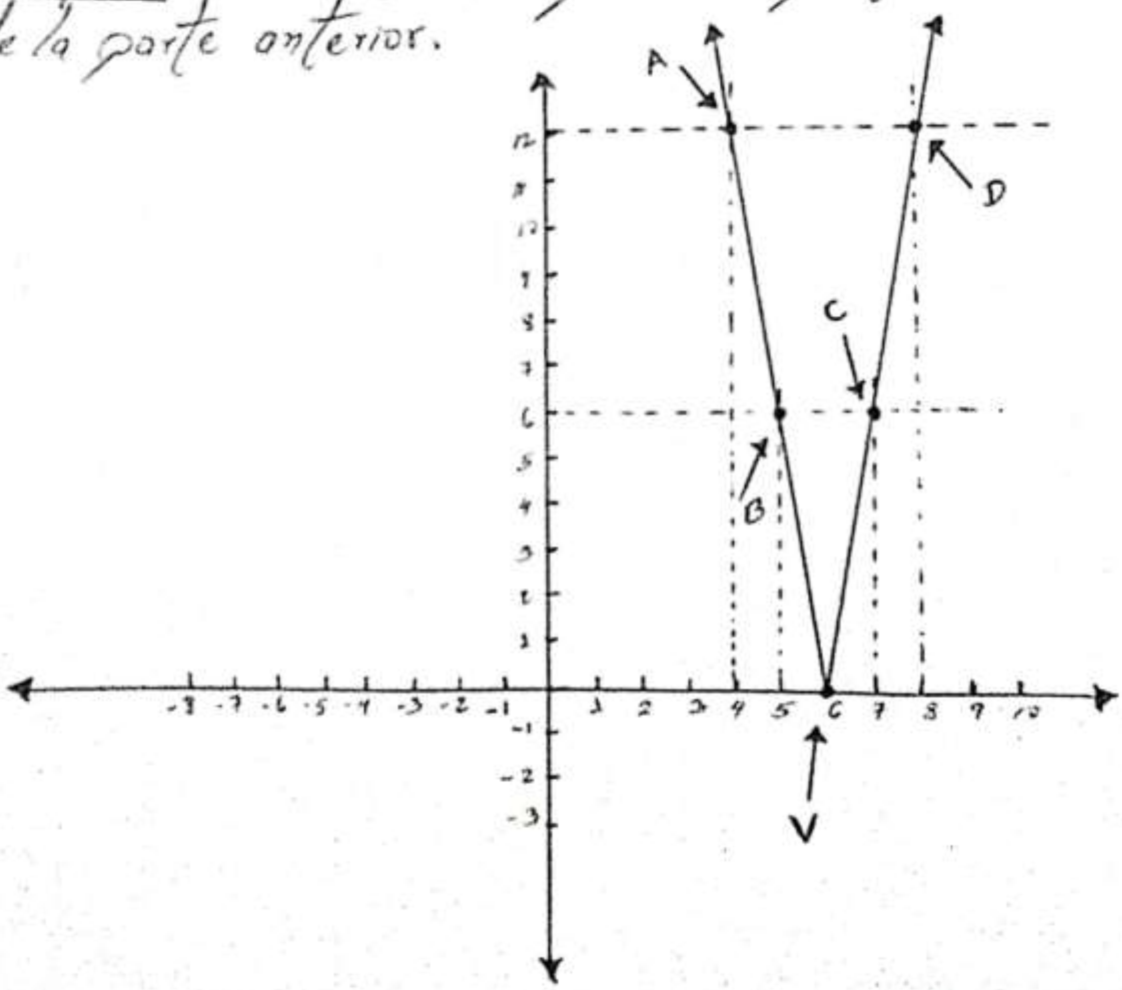
$f(8) = |48 - 36|$

$f(8) = |12|$

$f(8) = 12$

$y = 12$

i) Gráfica: Ubicamos en el plano los puntos encontrados de la parte anterior.



ASIGNACIÓN Nº3(PARTE 2 Y 3)

VALOR: 45 PTS

FECHA DE ENTREGA: 16 DE SEPT DE 2022

TEMA: FUNCIONES IRRACIONALES Y DE VALOR ABSOLUTO

Realice cada ejercicio en forma ordenada con todos los elementos solicitados. Sólo haga el problema que le corresponde. Los elementos solicitados son:

IRRACIONALES:

a) Dominio de la función (3 ptos)
b) Codominio de la función (1pto)
c) Tabla de valores y su valorización (10 ptos)
d) Gráfica completa (6 ptos)

DE VALOR ABSOLUTO

e) Dominio de la función (1 pto)
f) Codominio de la función (1 pto)
g) Vértice (5 pts).
h) Tabla de valores y su valorización (10 pts)
i) Gráfica completa (8 pts)

1) $f(x) = \sqrt{3x-7}\ ; f(x) = |5x-4|$
2) $f(x) = \sqrt{7x-10}\ ; f(x) = |6x-7|$
3) $f(x) = \sqrt{9x+9}\ ; f(x) = |8x+1|$
4) $f(x) = \sqrt{2x+8}\ ; f(x) = |4x+6|$
5) $f(x) = \sqrt{8x-4}\ ; f(x) = |7x-14|$