REPÚBLICA DE PANAMÁ
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO PROFESIONAL Y TÉCNICO
MÉXICO PANAMÁ

MATERIAL DE ESTUDIO DE MATEMÁTICAS
10° GRADO PARA BACHILLER AGROPECUARIA

PROFESORA:
DIOCELINDA SANJUR

ESTUDIANTE: __________________
GRUPO: 10°_____

AÑO ESCOLAR
2022.

Fecha de entrega por el estudiante:
20 de septiembre de 2022
Información del docente:
Teléfono: 61594581   [9:00am -12:30pm]
Correo: diocelindasanjur@gmail.com
Observación: Todo lo entregado debe estar desarrollado a mano con procedimiento completo.

Bendiciones apreciado estudiante, espero se encuentre bien.

El objetivo de este módulo guía es tratar de continuar con el proceso de aprendizaje que usted necesita a este nivel de educación, es también de conocimiento público la situación que se presenta en nuestro plantel que nos impide poder interactuar en el aula de clase, esperemos que el tiempo que tome mejorar esta condición no sea extenso y tengamos la oportunidad de poder encontrarnos en el aula.

Usted como estudiante responsable debe comprometerse con su aprendizaje y aunque el docente no esté presente físicamente, en este módulo esta mi información de contacto que ante cualquier duda o inquietud respecto a los temas atenderé las mismas, ya sea de manera virtual o presencial organizando de manera oportuna la misma atención.

Usted debe ser ordenado y puntual al momento de desarrollar y entregar las actividades de evaluación, que en este caso se presentaron cinco, cuatro de las cuales son resolución de casos y una prueba escrita teórica, todo lo que va a entregar debe estar desarrollado a mano, ya sea a lápiz o bolígrafo, en páginas blancas o de rayas, todas engrapadas y con su debida información personal: nombre y apellido, cedula, nivel, grupo y fecha de entrega.

Usted como estudiante de 10° grado debe estar en la capacidad de poder desarrollarlo, este material fue elaborado de manera explicativa tratando de abarcar cada paso y procedimiento que considero puede parecer desconocido o complicado a su situación académica actual, con comentarios al lado del procedimiento, de igual manera usted puede ser participativo en su aprendizaje y poder investigar en los distintos canales y medios que se cuentan en la actualidad,

Esperando que las indicaciones estén claras y sea de gran ayuda el material proporcionado, queda de usted poder lograr los objetivos de este segundo trimestre del año escolar 2022.

Este material abarca el área de Álgebra correspondiente al plan de Matemáticas de 10mo grado de bachiller agropecuario, luego de desarrollarlo, usted debe haber adquirido las siguientes competencias:

- ✓ Resolver problemas que involucren conceptos básicos, propiedades y operaciones algebraicas de potenciación y radicación.
- ✓ Analizar y comprender la relación ente la potenciación y radicación.
- ✓ Aplica distintos métodos como estrategia de solución para determinar las raíces de las ecuaciones.

Radicación de Expresiones Algebraicas

La operación llamada radicación surge cuando nos encontramos con un exponente fraccionario.

La quinta operación matemática (potenciación) tiene dos operaciones inversas; la que tiene por objeto encontrar la base y la que tiene por objeto encontrar el exponente. Cuando se trata de encontrar la base se aplica la radicación y cuando lo que se busca es el exponente recurrimos a los logaritmos en este caso estudiaremos la radicación.

La radicación se expresa con el signo de raíz √ . Este signo deriva de la letra latina *r*, primera de la palabra latina ***radix***, que significa "**raíz**". En otros tiempos (siglo XVI), el signo de la raíz no era la **r** minúscula, sino la mayúscula, **R**, y junto a ella se escribía la primera letra de las palabras latinas ***quebratus***, la **q**, o la primera de ***cubus***, **c**, señalando si se sacaba la raíz cuadrada o cúbica.

Raíz

Índice

$$\sqrt[n]{b} = x \Leftrightarrow x^n = b$$

Radical

Radicando o Subradical

El índice del radical indica la potencia a la que hay que elevar la raíz y el grado del radical. Cuando el índice no aparece en la raíz se entiende que es 2.

Radicación y sus signos

a) $\sqrt[n]{b}$ = x : si **n** es par y **b** es positivo, entonces **x** > 0, es decir positivo.

$\sqrt[2]{25} = 5 \rightarrow 5^2 = (5)(5) = 25$

b) $\sqrt[n]{b}$ = x : si **n** es impar y **b** es positivo, entonces **x** > 0.

$\sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow 3^3 = (3)(3)(3) = 27$

c) $\sqrt[n]{b}$ = x : si **n** es impar y **b** es negativo, entonces **x** < 0.

$\sqrt[3]{-125} = -5 \rightarrow (-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125$

d) $\sqrt[n]{b}$ si **n** es par y **b** es negativo, entonces **x** ∉ **R**, no tiene solución en el conjunto de los números Reales, la raíz sería un número complejo que estudiaremos más adelante en otro curso.

$\sqrt[4]{-16} = \nexists$ ------ (-2)(-2)(-2)(-2)=16 y no -16

Leyes de los Radicales

1) *Raíz de un producto*: la raíz de un producto es igual al producto de las raíces.

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

2) *Raíz de un cociente*: la raíz de un cociente es igual al cociente de las raíces.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3) *Raíz de una raíz*: la raíz de una raíz es igual a una raíz única cuyo índice es el producto de los dos índices presentados.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

4) *Potencia de una raíz*: la potencia de una raíz se desarrolla aplicándole la potencia a la cantidad subradical.

$$\left(\sqrt[n]{a^p}\right)^m = \sqrt[n]{a^{pm}}$$

Ejemplos:

1) Expresar con exponente positivo y signo radical:

a) $k^{2/5}\, m^{-1/2} = \dfrac{k^{2/5}}{m^{1/2}} = \dfrac{\sqrt[5]{k^2}}{\sqrt{m}}$,

cuando se tiene una expresión con exponentes negativos pasa a ser denominador, en este caso $\left(m^{-1/2}\right)$ se coloca como denominador cambiando el signo del exponente $\left(m^{1/2}\right)$, luego las potencias se escriben como radicales, de la siguiente manera: del exponente fraccionario el numerador es el exponente de la base y el denominador el índice del radical.

b) $\dfrac{3a^{4/9}b^{-3/7}}{5^{1/2}c^{5/7}} = \dfrac{3a^{4/9}}{5^{1/2}b^{3/7}c^{5/7}} = \dfrac{3\sqrt[9]{a^4}}{\sqrt[2]{5}\ \sqrt[7]{b^3}\ \sqrt[7]{c^5}} = \dfrac{3\sqrt[9]{a^4}}{\sqrt{5}\ \sqrt[7]{b^3c^5}}$

El término $(b)^{-3/7}$ pasa al denominador y se escriben en radicales, de la siguiente manera, del exponente fraccionario el numerador es el exponente de la base y el denominador el índice del radical.

c) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^{-\frac{3}{4}} = \dfrac{(x)^{-\frac{3}{4}}}{(y)^{-\frac{3}{4}}} = \dfrac{(y)^{\frac{3}{4}}}{(x)^{\frac{3}{4}}} = \dfrac{\sqrt[4]{y^3}}{\sqrt[4]{x^3}} = \sqrt[4]{\dfrac{y^3}{x^3}}$

En este caso tenemos potencia de un cociente, se distribuye el exponente, como los exponentes son negativos las expresiones cambian de posición para convertir los exponentes a positivos, $\boldsymbol{x}$ pasa al denominador y $\boldsymbol{y}$ al numerador. Luego se aplica la propiedad **raíz de un cociente**.

Se debe recordar principalmente las partes de la radicación y la relación inversa entre la radicación y la potenciación.

2) Muestra las siguientes expresiones con exponente positivo

a) $\frac{2x^3}{\sqrt[3]{y^{-2}}} = \frac{2x^3}{y^{-2/3}} = 2x^3y^{2/3}$

Los radicales se escriben como potencias con exponentes fraccionarios, la expresión $y^{-2/3}$ como su exponente es negativo, cambia su posición en la fracción, pasa a estar en el numerador y ser positivo.

b) $\frac{5\sqrt[4]{a^{-3}b^{-8}}}{\sqrt{c}} = \frac{5a^{-3/4}b^{-8/4}}{c^{1/2}} = \frac{5}{a^{3/4}\ b^{8/4}\ c^{1/2}} = \frac{5}{a^{3/4}\ b^2\ c^{1/2}}$

Los radicales se escriben como potencias con exponentes fraccionarios, para poder expresarlos en exponentes positivos, las expresiones con exponentes negativos deben cambiar de posición, pasando a ser parte del denominador y se simplifican los exponentes fraccionarios.

c) $(\sqrt{m^{-5}})(\sqrt[3]{n^4})(\sqrt[4]{p^{-3}}) = \left(m^{-5/2}\right)\left(n^{4/3}\right)\left(p^{-3/4}\right) = \frac{n^{4/3}}{m^{5/2}\quad p^{3/4}}$

Los radicales se escriben como potencias con exponentes fraccionarios, los que tengan exponentes negativos cambian de posición en la fracción.

3) Hallar el valor de:

a) $25^{-3/2} = (5^2)^{-3/2} = (5)^{(2\times(-3))/2} = (5)^{-6/2} = (5)^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

$\boxed{5 \times 5 = 25 = 5^2}$ $\boxed{5 \times 5 \times 5 = (5)^3 = 125}$

b) $(8)^{1/3}(32)^{-2/5} = (2^3)^{1/3}\ (2^5)^{-2/5} = 2^1 2^{-2} = (2)^{(1+(-2))} = 2^{(1-2)} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$\boxed{2 \times 2 \times 2 = 8 = 2^3}$

Se aplica potencia de una potencia.
Se aplica producto de potencias de igual base.

c) $\sqrt[4]{(0{,}0625)^3} = \sqrt[4]{[(0{,}5)^4]^3} = [(0{,}5)^4]^{3/4} = (0{,}5)^3 = 0{,}125$

$\boxed{0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0.5 = (0{,}5)^4 = 0{,}0625}$ Se aplica potencia de una potencia.

Actividad para evaluación #1

I – Expresa las cantidades dadas bajo un radical y con un exponente positivo:

1) $a^{-2/3}b^{1/2}$ (5 puntos)
2) $3m^{-2/3}n^{-1/3}$ (5 puntos)

II – Expresa los siguientes radicales en potencias con exponente fraccionario:

1) $x^3y^2\sqrt{xy^2}$ (5 puntos)
2) $\frac{m^3}{n^2}\sqrt{\frac{m^2}{n^3}}$ (5 puntos)

III – Hallar el valor de:

1) $(27)^{2/3}$ (5 puntos)
2) $\left(\frac{4}{25}\right)^{-5/2}$ (5 puntos)
3) $(243)^{2/5}\quad(9)^{3/2}$ (5 puntos)

Recuerde los números enteros deben expresarse como potencias para poder aplicar las leyes de la potenciación.

Reducción y Simplificación de Radicales

Reducir un radical es cambiar su forma, permaneciendo invariable su valor.

Un radical está reducido a su más simple expresión cuando el grado del radicando es menor que el grado del radical. Si hay varios factores en el radicando el grado de cada uno debe ser menor que el grado del radical. Cuando se reduce un radical a su mínima expresión se dice que se ha simplificado.

Proceso: para simplificar radicales, se divide el índice y los exponentes del radicando por el mayor número posible. Si en el radicando aparecen factores con expresiones mayores que el índice, pero no divisibles por él lo descomponemos en dos factores: uno menor que el índice y el otro mayor y divisible por él.

Ejemplos: Simplificar los siguientes radicales:

1) $\sqrt{45a^4b^5} = \sqrt{3^2 5a^4b^4b}$

$= 3a^2b^2\sqrt{5b}$

descomponemos el radicando

45	3
15	3
5	5
1	

$3^2\,5 = 45$

$b^5 = b^4\,b$

2) $\frac{3}{4}\sqrt[5]{1024k^{10}r^{12}s^9} = \frac{3}{4}\sqrt[5]{2^{10}k^{10}r^{10}r^2s^5s^4}$

$= \frac{3}{4}2^2k^2r^2s\sqrt[5]{r^2s^4}$

$= \frac{3}{4}4k^2r^2s\sqrt[5]{r^2s^4}$

$= 3k^2r^2s\sqrt[5]{r^2s^4}$

1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2^5

2^{10}

3) $\frac{2}{(x+y)}\sqrt{4x^2+8xy+4y^2}$

$= \frac{2}{(x+y)}\sqrt{4(x^2+2xy+y^2)}$ → Factorizando por 4

$= \frac{2}{(x+y)}\sqrt{2^2(x+y)^2}$ → Trinomio cuadrado perfecto

$= \frac{2}{(x+y)}2(x+y)$ → Simplificando (x+y)

$= 4$

$$\sqrt{2^2}\ \sqrt{(x+y)^2}$$
$$\sqrt{2^2}\ \sqrt{(x+y)^2}$$
$$2\,(x+y)$$

4) $\sqrt[4]{36a^6b^2c^{10}} = \sqrt{6^2a^6b^2c^{10}}$ → Descomponiendo el radicando

$= \sqrt{6a^3bc^5}$ → Simplificando los exponentes por 2

$= \sqrt{6a^2abc^4c}$ → Descomponiendo el radicando

$= ac^2\sqrt{6abc}$ → Extrayendo la raíz

Introducción de Factores en un Radical

Se eleva el factor que se quiere introducir a una potencia igual al índice de la raíz dada, luego se multiplica éste por la cantidad subradical y se resuelve. Como el objeto es introducir factores no es necesario simplificar después el radical.
Ejemplos: Hacer enteros los siguientes radicales:

a) $2m^4\ \sqrt[3]{3m} = \sqrt[3]{(2m^4)^3(3m)}$ → Se eleva al índice y se introduce

$= \sqrt[3]{(8m^{12})(3m)}$ → Resolviendo la potencia

$= \sqrt[3]{24m^{13}}$ → Resolviendo el producto de potencias de igual base

b) $\frac{3}{4}a^2\sqrt{\frac{8}{3}a^3b^2c} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a^2\right)^2\left(\frac{8}{3}a^3b^2c\right)}$ → Se eleva al índice y se introduce

$= \sqrt{\left(\frac{9}{16}a^4\right)\left(\frac{8}{3}a^3b^2c\right)}$ → Resolviendo la potencia

$= \sqrt{\frac{3}{2}a^7b^2c}$ → Resolviendo el producto de potencias de igual base.

c) $2\ (b + c)\ \sqrt{\frac{3}{(b+c)}}$

$= \sqrt{2^2(b+c)^2\left(\frac{3}{(b+c)}\right)}$ →

$= \sqrt{4(b+c)(3)}$ →

$= \sqrt{12(b+c)}$ →

Actividad para evaluación #2

Resuelva los siguientes casos aplicando los ejemplos dados en el tema, debe presentar procedimiento completo y estar desarrollado a mano.

I. Simplifique los siguientes radicales, debe descomponer y expresar en potencia los números enteros para poder aplicar las propiedades. (5 puntos cada caso)

1) $\sqrt[3]{81}$

2) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{256x^8y^6z^{10}}$

II. Muestra las siguientes expresiones como un radical entero: (5 puntos cada caso)

1) $p^2q^7\sqrt[4]{2q}$

2) $\frac{1}{2}x^2y^5\sqrt{4xy}$

3) $\frac{x}{y}\ \sqrt[5]{\frac{x^4}{y^3}}$

Operaciones Básicas con Radicales

Mínimo Común Índice

Cuando trabajamos con radicales en ocasiones nos encontramos con radicales que tiene diferentes índices, es necesario entonces convertirlos a un índice común. Para encontrar ese índice común, se busca el mínimo común múltiplo de los índices. Luego elevamos la cantidad subradical a la potencia que resulta de dividir el M.C.M. entre el índice del radical.
(M.C.I. = Mínimo común Índice)

Ejemplos: Reduzca al M.C.I. los siguientes radicales:

$1)\sqrt[4]{2x};\sqrt[6]{3x^2};\sqrt[8]{4x^3}$

$\sqrt[4]{2x}=\sqrt[24]{(2x)^6}=\sqrt[24]{64x^6}$

$\sqrt[6]{(3x^2)}=\sqrt[24]{(3x^2)^4}=\sqrt[24]{81x^8}$

$\sqrt[8]{4x^3}=\sqrt[24]{(4x^3)^3}=\sqrt[24]{64x^9}$

$$\begin{array}{c|l} \begin{array}{c}4-6-8\\2-3-4\\1-3-2\end{array} & \left.\begin{array}{c}2\\2\\2\end{array}\right\}8 \\ 1-3-1 & 3 \\ 1 & \boxed{24} \end{array}$$

$2)\sqrt{ab^2};\sqrt[4]{3a^3b};\sqrt[5]{2a^2b^3}$

$\sqrt{ab^2}=\sqrt[20]{(ab^2)^{10}}=\sqrt[20]{a^{10}b^{20}}$

$\sqrt[4]{3a^3b}=\sqrt[20]{(3a^3b)^5}=\sqrt[20]{243a^{15}b^5}$

$\sqrt[5]{2a^2b^3}=\sqrt[20]{(2a^2b^3)^4}=\sqrt[20]{16a^8b^{12}}$

$3)\sqrt{xy};\sqrt[5]{x^4y^3};\sqrt[6]{x^6y^4}$

$\sqrt{xy}=\sqrt[30]{(xy)^{15}}=\sqrt[30]{x^{15}y^{15}}$

$\sqrt[5]{x^4y^3}=\sqrt[30]{(x^4y^3)^6}=\sqrt[30]{x^{24}y^{18}}$

$\sqrt[6]{x^5y^4}=\sqrt[30]{(x^5y^4)^5}=\sqrt[30]{x^{25}y^{20}}$

Reducción de Radicales (adición y sustracción)

Se conoce como reducción de radicales a la suma o a la resta algebraica de radicales, atendiendo a la ley de los signos. Para reducir los radicales es necesario que sean semejantes, en caso de que no sean semejantes debemos recurrir a la reducción a simplificar.

Al efectuar estas operaciones se toma como factor común al radical de la suma algebraica de los coeficientes.

Ejemplos: Resuelva las operaciones indicadas.

$1)\sqrt[5]{8a^2}+3\sqrt[5]{8a^2}-7\sqrt[5]{8a^2}=(1+3-7)\sqrt[5]{8a^2}=-3\sqrt[5]{8a^2}$

$2)\sqrt{48}+\sqrt{10}-\sqrt{75}-\sqrt{40}$
$=\sqrt{2^4 \bullet 3}+\sqrt{10}-\sqrt{5^2 \bullet 3}-\sqrt{2^2 \bullet 10}$
$=2^2\sqrt{3}+\sqrt{10}-5\sqrt{3}-2\sqrt{10}$
$=(4-5)\sqrt{3}+(1-2)\sqrt{10}$
$=-\sqrt{3}-\sqrt{10}$

$3)\sqrt[4]{80a^5b^3}-3a\sqrt[4]{5ab^3}+\frac{2}{a}\sqrt[4]{405a^9b^3}$
$=\sqrt[4]{2^4 \bullet 5a^4ab^3}-3a\sqrt[4]{5ab^3}+\frac{2}{a}\sqrt[4]{3^4 \bullet 5a^8ab^3}$
$=2a\sqrt[4]{5ab^3}-3a\sqrt[4]{5ab^3}+\frac{2}{a}\bullet 3a^2\sqrt[4]{5ab^3}$
$=2a\sqrt[4]{5ab^3}-3a\sqrt[4]{5ab^3}+6a\sqrt[4]{5ab^3}$
$=(2a-3a+6a)\sqrt[4]{5ab^3}$
$=5a\sqrt[4]{5ab^3}$

Multiplicación de Radicales

Se multiplican los coeficientes numéricos y las cantidades subradicales de las raíces que tengan el mismo índice.
En caso de que los índices sean diferentes, se reducen al M.C.I. y luego se realiza la, operación indicada.
Ejemplos: Encuentre el producto indicado:

$1)\frac{3}{7}\sqrt[3]{4a^2b^2}\bullet\frac{14}{15}\sqrt[3]{6a^2b}\bullet\frac{1}{2}\sqrt[3]{12a^3b^4}$
$=\frac{3}{7}\sqrt[3]{2^2a^2b^2}\bullet\frac{14}{15}\sqrt{2\bullet 3a^2b}\bullet\frac{1}{2}\sqrt[3]{2^2\bullet 3a^3b^4}$
$=\frac{3}{7}\bullet\frac{14}{15}\bullet\frac{1}{2}\sqrt[3]{2^2\bullet 2\bullet 3\bullet 3a^2a^2a^3b^2bb^4}$
$=\frac{1}{5}\sqrt[3]{2^5\bullet 3^2a^7b^7}$
$=\frac{1}{5}\bullet 2a^2b^2\sqrt[3]{2^2\bullet 3^2ab}$
$=\frac{2}{5}a^2b^2\sqrt[3]{36ab}$

$2)\frac{4}{5}\sqrt{6x-12}\bullet\frac{15}{2}\sqrt{2x-4}$
$=\frac{4}{5}\sqrt{6(x-2)}\bullet\frac{15}{2}\sqrt{2(x-2)}$
$=\frac{4}{5}\bullet\frac{15}{2}\sqrt{6(x-2)\bullet 2(x-2)}$
$=6\sqrt{2\bullet 3\bullet 2(x-2)^2}$
$=6\sqrt{2^2\bullet 3(x-2)^2}$
$=6\bullet 2(x-2)\sqrt{3}$
$=12(x-2)\sqrt{3}$

$3)\left(3\sqrt{5}-8\sqrt{3}\right)\left(4-\sqrt{15}\right)$
$3\sqrt{5}-8\sqrt{3}$
$4-\sqrt{3\bullet 5}$

Los factores a multiplicar

$=12\sqrt{5}-32\sqrt{3}-3\sqrt{3\bullet 5^2}+8\sqrt{3^2\bullet 5}$
$=12\sqrt{5}-32\sqrt{3}-3\bullet 5\sqrt{3}+8\bullet 3\sqrt{5}$
$=12\sqrt{5}-32\sqrt{3}-15\sqrt{3}+24\sqrt{5}$
$=(12+24)\sqrt{5}+(-32-15)\sqrt{3}$
$=36\sqrt{5}-47\sqrt{3}$

$4)(\sqrt{m}+\sqrt{n})(\sqrt{m}+\sqrt{n})$
$=\left(\sqrt{m}+\sqrt{n}\right)^2$
$=\left(\sqrt{m}\right)^2+2\sqrt{m}\sqrt{n}+\left(\sqrt{n}\right)^2$
$=m+2\sqrt{mn+n}$

$5)\sqrt{3x^2}\sqrt[3]{9x}\sqrt[6]{243x^4}$
$=\sqrt[6]{\left(3x^2\right)^3}\sqrt[6]{(9x)^2}\sqrt[6]{243x^4}$
$=\sqrt[6]{3^3x^6}\sqrt[6]{3^4x^2}\sqrt[6]{3^5x^4}$
$=\sqrt[6]{3^33^43^5x^6x^2x^4}$
$=\sqrt[6]{3^{12}x^{12}}$
$=3^2x^2$
$=9x^2$

División de Radicales

Se dividen los coeficientes numéricos y las cantidades subradicales de las raíces que tengan el mismo índice. En caso de tener índices distintos debemos recurrir al M.C.I., simplificando los resultados.

Ejemplos: Desarrolle los cocientes indicados

1) $9a^7\sqrt{27a^6b^5}\,entre\ 3a^3\sqrt{3a^2b^3}$

$$= \frac{9a^7}{3a^3}\sqrt{\frac{27a^6b^5}{3a^2b^3}} \rightarrow \frac{se\ expresa\ como}{una\ fracción}$$

$$= 3a^4\sqrt{9a^4b^2} \rightarrow simplificando$$

$$= 3a^4\sqrt{3^2a^4b^2} \rightarrow resolviendo$$

$$= 3a^4 \bullet 3a^2b$$

$$= 9a^6b$$

2) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{3125} \div \frac{3}{4}\sqrt[3]{5} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{3125}{5}}$

625	5
125	5
25	5
5	5
1	

$$= \frac{2}{3}\sqrt[3]{625}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt[3]{5^4}$$

$$= \frac{2}{3}\cdot 5\sqrt[3]{5}$$

$$= \frac{10}{3}\sqrt[3]{5}$$

3) $\sqrt[4]{729m^{10}n^{14}} \div \sqrt[4]{3mn^2} = \sqrt[4]{\frac{729m^{10}n^{14}}{3mn^2}}$

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3

$$= \sqrt[4]{\frac{3^6m^{10}n^{14}}{3mn^2}}$$

$$= \sqrt[4]{3^5m^9n^{12}}$$

$$= 3m^2n^3\sqrt[4]{3m}$$

4) $\frac{2}{7}\sqrt[3]{12x^2y} \div \frac{4}{21}\sqrt[8]{288x^2y^5}$

12	2
6	2
3	3
1	

288	2
144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$= \frac{2}{7}\sqrt[3]{2^3\cdot 3\,x^2y} \div \frac{4}{21}\sqrt[8]{2^5\cdot 3^2\,x^2y^5}$$

$$= \frac{2}{7}\sqrt[24]{(2^2\cdot 3xy^2)^8} \div \frac{4}{21}\sqrt[24]{(2^5\cdot 3^2x^2y^5)^3}$$

$$= \frac{2}{7}\sqrt[24]{2^{16}\cdot 3^8x^8y^{16}} \div \frac{4}{21}\sqrt[24]{2^{15}\cdot 3^6x^6y^{15}}$$

$$= \frac{2}{7}\cdot\frac{21}{4}\sqrt[24]{\frac{2^{16}\cdot 3^8x^8y^{16}}{2^{15}\cdot 3^6x^6y^{15}}}$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt[24]{2\ \cdot 3^2x^2y}$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt[24]{18x^2y}$$

5) $\left[\sqrt{125}+\sqrt{180}+\sqrt{245}-\sqrt{405}\right]\div 2\sqrt{20}$

$$=\left[\sqrt{5^2\cdot 5}+\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5}+\sqrt{7^2\cdot 5}-\sqrt{3^4\cdot 5}\right]\div 2\sqrt{2^2\cdot 5}$$

$$=\left(5\sqrt{5}+6\sqrt{5}+7\sqrt{5}-9\sqrt{5}\right)\div 4\sqrt{5}$$

$$=9\sqrt{5}\div 4\sqrt{5}$$

$$=\frac{9}{4}\sqrt{\frac{5}{5}}$$

$$=\frac{9}{4}$$

20	2
10	2
5	5
1	

125	5
25	5
5	5
1	

245	5
49	7
7	7
1	

405	3
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Actividad para evaluación #3

Resuelva los siguientes casos aplicando los ejemplos dados en el tema, debe presentar procedimiento completo y estar desarrollado a mano.

Suma y resta de radicales:

1. $2\sqrt{x}-5\sqrt{x}-(2-y)\sqrt{x}$ (5 puntos)
2. $^{1}/_{27}\sqrt{9}+{}^{1}/_{3}\sqrt{36}+{}^{1}/_{4}\sqrt{49}$ (5 puntos)

Multiplicación de radicales:

1. $\sqrt[4]{60}\ \ \sqrt[4]{225}\ \ \sqrt[4]{180}$ (5 puntos)
2. $\left(\frac{8}{9}x^3y^4\sqrt[6]{x^9y^2}\right)\left(\frac{3}{2}\sqrt[6]{x^{12}y^{18}z^6}\right)$ (10 puntos)

División de radicales:

1. $\sqrt[2]{27x^4y^5}\div\sqrt[9]{9x^3y^2}$ (15 puntos)

Ecuaciones

Las ecuaciones son fundamentales en el álgebra. De hecho, en un principio la palabra ***álgebra*** estaba relacionada con la solución de ***ecuaciones***.

El primero en enunciar las reglas para resolver ecuaciones de primer y segundo grado fue **Diofanto de Alejandría**. También fue quien inició la utilización de abreviaturas y signos para representar las operaciones.

Identidad: es una igualdad que se verifica para cualesquiera valores de las letras que entran en ella.

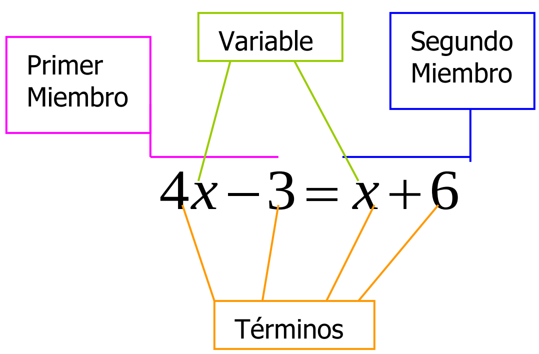
$(a - b)^2 = (a - b)\ (a - b)$

$a^2 - m^2 = (a + m)\ (a - m)$

El signo de identidad es Ξ; que se lee **"idéntico a"**

Ecuación: una ecuación es una igualdad que en la que hay una o varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas y que sólo se verifica para determinados valores de las incógnitas.

Elementos de la ecuación:



- Miembros: son las expresiones que aparecen a cada lado del signo de la igualdad. El que está a la izquierda *Primer Miembro* y el que está a la derecha ***Segundo Miembro*** de la ecuación.
- Términos: son los sumandos que forman los miembros.
- Variable: son las ***incógnitas***, los valores que no se conocen. Representados por las últimas letras del alfabeto.
- Constantes: son los valores fijos que aparecen en la ecuación. Pueden ser números o letras.

Grado de una Ecuación

El grado de una ecuación lo determina el mayor exponente de la variable o incógnita.

Ejemplos:

1) $5x + 4 = 20$	Primer Grado
2) $5x^2 + 2x = 8$	Segundo Grado
3) $4x^3 + 3x^2 + 2x = 2$	Tercer Grado

1) Ecuaciones Cuadráticas (Segundo Grado**):**

a. Completa: se identifican por la existencia de sus tres coeficientes numéricos: $ax^2+bx+c=0$.

Ejemplos:

- $-4x^2 + 6x + 15 = 0$
- $2x^2 + 18x + 16 = 0$
- $3x^2 + 65x - 14 = 0$

b. Incompleta: se identifican porque uno o ambos de los coeficientes *b* o *c* son igual a cero (0). **Ejemplos:**

- $5x^2 + 6 = 0$
- $2x^2 = 0$
- $x^2 + 7 = 0$

2) Solución de Ecuaciones:

Solucionar una ecuación de segundo (2do) grado consiste en hallar sus raíces. Las raíces de una ecuación de segundo grado son los valores de las incógnitas que la satisfacen.
Estudiaremos tres (3) métodos para la solución de ecuaciones de segundo grado:

a) Solución por Factorización

b) Solución por completar cuadrados

c) Solución por fórmula general

a) Solución por factorización: para resolver una ecuación de segundo grado por descomposición en factores:

- Se simplifica la ecuación hasta mostrarla de la forma $x^2 + bx + c = 0$; ó de la forma $ax^2 + bx + c = 0$
- Se factoriza el trinomio del primer miembro de la ecuación
- Se igualan a cero cada uno de los factores resultantes y se resuelven las ecuaciones lineales que se obtienen.

Ejemplos: Encuentre las raíces de las siguientes ecuaciones, utilizando el método de factorización:

1) $x^2 + 5x - 24 = 0$ ⟶ Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

$(x+8)(x-3) = 0$ ⟶ Factorizando

$x + 8 = 0$; $x - 3 = 0$ ⟶ Resolviendo

$\boxed{x_1 = -8}$ $\boxed{x_2 = +3}$

2) $(x+2)^2 - \frac{2x-5}{3} = 3$

$3(x^2 + 4x + 4) - 2x + 5 = 9$ ⟶ Resolviendo el binomio al cuadrado y haciendo entera la ecuación

$3x^2 + 12x + 12 - 2x + 5 - 9 = 0$ ⟶ Multiplicando

$3x^2 + 10x + 8 = 0$ ⟶ Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

$(x+2)(3x+4) = 0$ ⟶ Factorizando

$x + 2 = 0$; $3x + 4 = 0$ ⟶ Igualando cada factor a 0

$\boxed{x_1 = -2}$ $3x = -4$ ⟶ Resolviendo

$\boxed{x_2 = -\frac{4}{3}}$

3) $12x^2=5+11x$

$12x^2-11x+5=0$ Trinomio de la forma **ax^2+bx+c**

$$\frac{(12x^2)-11(12x)-60}{12}=0$$

$$\frac{(12x-5)(12x+4)}{12}=0$$ Completando la factorización de **ax^2+bx+c**

$$\frac{3(4x-5)\ 4(3x+1)}{12}=0$$ Factorizando en el numerador

$$\frac{\cancel{3}(4x-5)\ \cancel{4}(3x+1)}{\cancel{12}}=0$$ Simplificando

$(4x-5)\ (3x+1)=0$ Se obtienen los factores

$4x-5=0$; $3x+1=0$ Se igualan a cero para encontrar las raíces

$4x=+5$ $3x=-1$

$$\boxed{x_1=\frac{5}{4}} \qquad \boxed{x_2=-\frac{1}{3}}$$

4) $3x\ (x+6)-(x-4)\ (x+4)=(3x+5)^2+x\ (3-x)$

$$3x^2+18x-(x^2-16)=9x^2+30x+25+3x-x^2$$

$$3x^2+18x-x^2+16=8x^2+33x+25$$

(*) $$2x^2+18x+16=8x^2+33x+25$$ **(*)** Resolviendo operaciones y reduciendo términos semejantes

$$2x^2-8x^2+18x-33x+16-25=0$$

$$-6x^2-15x-9=0$$

$$2x^2+5x+3=0$$ → Dividiendo todo por -3

$$(2x)^2+5(2x)+6=0$$ → Factorizando y resolviendo

$$(2x+3)(2x+2)=0$$

$$(2x+3)(x+1)=0$$

$2x+3=0$; $x+1=0$

$2x=-3$ $\boxed{x_2=-1}$

$$\boxed{x_1=-\frac{3}{2}}$$

5) $$x+\frac{8x}{x-6}=\frac{x-6}{2}$$

$$2(x-6)(x)+\frac{2(x-6)(8x)}{(x-6)}=2(x-6)\left(\frac{x-6}{2}\right)$$

$$(2x-12)(x)+16x=(x-6)(x-6)$$ Simplificando

$$2x^2-12x+16x=(x-6)^2$$

$$2x^2+4x=x^2-12x+36$$ Resolviendo el cuadrado de la diferencia

$$2x^2-x^2+4x+12x-36=0$$

$$x^2+16x-36=0$$ Trinomio de la forma **x^2+bx+c**

$$(x+18)(x-2)=0$$ Factorizando

$x+18=0$; $x-2=0$

$$\boxed{x_1=-18} \qquad \boxed{x_2=+2}$$

6) $\frac{x-3}{x^2+x-2}+\frac{2x+5}{x^2+5x+6}-\frac{2x-3}{x^2+2x-3}=0$

$\frac{x-3}{(x+2)(x-1)}+\frac{2x-5}{(x+3)(x+2)}-\frac{2x-3}{(x+3)(x-1)}=0 \longrightarrow$ m. c. m. de los denominadores: (x+2)(x-1)(x+3)

$(x+3)(x-3)+(x-1)(2x+5)-(x+2)(2x-3)=0 \longrightarrow$ Se multiplica el m. c. m. por cada numerador y se simplifica

$x^2-9+2x^2+5x-2x-5-(2x^2-3x+4x-6)=0$

$3x^2+3x-14-2x^2+3x-4x+6=0 \longrightarrow$ Se resuelven operaciones y reducen términos semejantes

$x^2+2x-8=0 \longrightarrow$ Trinomio de la forma x^2+bx+c

$(x+4)(x-2)=0 \longrightarrow$ Factorizando

$x+4=0;$ $\quad$ $x-2=0$

$\boxed{x_1=-4}$ $\quad$ $\boxed{x_2=2}$

b) Solución por el método de Completar Cuadrado:

Para hallar las raíces de una ecuación por el método de completar cuadrado tenemos que:

- Escribir la ecuación en forma general $x^2 + bx + c = 0$
- Trasponer al miembro izquierdo, el término independiente de la ecuación $x^2+bx = -c$
- Dividir cada término de la ecuación por el coeficiente de **x^2**.
- Se suma a cada miembro el cuadrado de la mitad del coeficiente de **b** $\left(\frac{b}{2}\right)^2$
- Factorizar el miembro izquierdo (T.C.P.) y desarrollar el miembro derecho.
- Extraer la raíz cuadrada de ambos miembros
- Resolver las ecuaciones resultantes.

Ejemplos: Solucionar las ecuaciones presentadas completando cuadrado:

1)

$x^2-10x+16=0$

$x^2-10x=-16$

$x^2-10x+(5)^2=-16+(5)^2$

$x^2-10x+25=-16+25$

$(x-5)^2=9$

$\sqrt{(x-5)^2}=\pm\sqrt{9}$

$x-5=\pm 3$

$x-5=3$ $\quad$ $x-5=-3$

$x_1=3+5$ $\quad$ $x_2=-3+5$

$\boxed{x_1=8}$ $\quad$ $\boxed{x_2=2}$

$\frac{b}{2}=\frac{10}{2}$

$\frac{b}{2}=5$

$\left(\frac{b}{2}\right)^2=5^2$

$\left(\frac{b}{2}\right)^2=25$

2) $(2x+3)^2 - 4(x-1)(x+3) = x^2$

Se resuelven el binomio al cuadrado y los productos de binomios.

$$4x^2 + 12x + 9 - 4(x^2 + 2x - 3) - x^2 = 0$$

Se resuelven los productos indicados.

$$4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 8x + 12 - x^2 = 0$$

Se reducen términos semejantes.

$$-x^2 + 4x + 21 = 0$$

Se multiplica todo por (-1).

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$x^2 - 4x = 21$$

Se suma 2^2 a cada lado de la ecuación.

$$x^2 - 4x + (2)^2 = 21 + (2)^2$$

Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto.

$$(x-2)^2 = 21 + 4$$

Se resuelve las operaciones indicadas

$$(x-2)^2 = 25$$

Se aplica raíz cuadrada a cada lado de la ecuación.

$$\sqrt{(x-2)^2} = \pm\sqrt{25}$$

$$x - 2 = \pm 5$$

Se calculan las raíces de la ecuación.

$x - 2 = 5:$

$$x_1 = 5 + 2$$

$$\boxed{x_1 = 7}$$

$$x - 2 = -5$$

$$x_2 = -5 + 2$$

$$\boxed{x_2 = -3}$$

3) $\frac{x+1}{2x} - \frac{5}{6} = \frac{x^2 - 2x - 1}{3x^2}$

Se multiplica el m.c.m. por toda la ecuación y se simplifica

$$(\cancel{6}x^2)\left(\frac{x+1}{\cancel{2x}}\right) - (\cancel{6}x^2)\left(\frac{5}{\cancel{6}}\right) = (\cancel{6}\cancel{x^2})\left(\frac{x^2-2x-1}{\cancel{3x^2}}\right)$$

Se realizan las simplificaciones necesarias

$$3x(x+1) - x^2(5) = 2(x^2 - 2x - 1)$$

Se resuelven los productos indicados

$$3x^2 + 3x - 5x^2 = 2x^2 - 4x - 2$$

Se reducen términos semejantes

$$-2x^2 + 3x - 2x^2 + 4x = -2$$

$$-4x^2 + 7x = -2$$

Se divide entre (-4) toda la ecuación

$$x^2 - \frac{7}{4}x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{7}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8}$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$$

$$x^2 - \frac{7}{4}x + \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{7}{8}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{7}{8}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{49}{64}$$

$$\frac{49}{64} + \frac{1}{2} = \frac{49+32}{64} = \frac{81}{64}$$

$$\sqrt{\left(x - \frac{7}{8}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{81}{64}}$$

$$x - \frac{7}{8} = \pm\frac{9}{8}$$

$$x - \frac{7}{8} = \frac{9}{8};$$

$$x_1 = \frac{9}{8} + \frac{7}{8}$$

$$x_1 = \frac{16}{8}$$

$$\boxed{x_1 = 2}$$

$$x - \frac{7}{8} = -\frac{9}{8}$$

$$x_2 = -\frac{9}{8} + \frac{7}{8}$$

$$x_2 = -\frac{2}{8}$$

$$\boxed{x_2 = -\frac{1}{4}}$$

c) **Solución por Fórmula General o Cuadrática:** cualquier método que se utilice para resolver una ecuación cuadrática dará siempre los mismos resultados, pero hay ocasiones en que la ecuación no se puede factorizar, en estos casos aplicamos la Fórmula General.
Así sea la ecuación $ax^2+bx+c=0$, aplicando el método de completar cuadrado tenemos:

$$ax^2+bx+c=0$$

$$\frac{ax^2}{a}+\frac{bx}{a}+\frac{c}{a}=\frac{0}{a}$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

"Demostración de la ecuación cuadrática"

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Esta expresión nos permite resolver cualquier ecuación de segundo grado.

c.1 Naturaleza de las Raíces: para determinar la naturaleza de las raíces, nos valemos del *discriminante*, que es la expresión que aparece bajo el signo radical. Se pueden dar tres (3) casos:

- Si $b^2 - 4ac > 0$, *positiva*, las raíces son reales y desiguales.
- Si $b^2 - 4ac = 0$, las raíces son reales e iguales y su valor es $-\frac{b}{2a}$
- Si $b^2 - 4ac < 0$, *negativa*, las raíces son complejas y desiguales.

Ejemplos: Resolver por la fórmula general o cuadrática y determine la naturaleza de las raíces:

$$\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

1) $2x^2+3x-27=0$; a=2 b=3 c=- 27 Los valores se reemplazan en la fórmula general.

$$x=\frac{-(3)\pm\sqrt{(3)^2-(4)(2)(-27)}}{2(2)}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+216}}{4}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{225}}{4}$$

225>0 ⇨ las raíces son Reales y desiguales

$$x=\frac{-3\pm 15}{4}$$

$$x_1=\frac{-3+15}{4} \qquad x_2=\frac{-3-15}{4}$$

$$x_1=\frac{+12}{4} \qquad x_2=\frac{-18}{4}$$

$$\boxed{x_1=3} \qquad \boxed{x_2=-\frac{9}{2}}$$

2) $(2x+3)(5x-1)=(4x-7)(x+7)$

$$10x^2+13x-3=4x^2+21x-49$$

$$10x^2-4x^2+13x-21x+49-3=0$$

$$6x^2+8x+46=0$$

$$3x^2+4x+23=0$$

a= 3 b=4 c=23

$$x=\frac{-(4)\pm\sqrt{(-4)^2-4(3)(23)}}{2(3)}$$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16-276}}{6}$$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{-260}}{6}$$

-260<0 ⇨ las raíces son Complejas y desiguales

260	2
130	2
65	5
13	13

$$x=\frac{4\pm 2i\sqrt{65}}{6}$$

$$x=\frac{2(2\pm i\sqrt{65})}{6}$$

$$x=\frac{2\pm i\sqrt{65}}{3}$$

$$\boxed{x_1=\frac{2+i\sqrt{65}}{6}} \qquad \boxed{x_2=\frac{2-i\sqrt{65}}{6}}$$

i representa -1, la unidad imaginaria de los números complejos, que se verán el siguiente año.

3) $x^2 - 2x + 1 = 0$ a=1 b=-2 c=0

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2}$$

4 – 4 = 0 ⇨ las raíces son Reales e iguales

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$\boxed{x_1 = x_2 = 1}$$

Actividad para evaluación #4

Resuelva los siguientes casos aplicando los ejemplos dados en el tema, debe presentar procedimiento completo y estar desarrollado a mano.

Resolver las siguientes ecuaciones aplicando el método indicado en cada caso.

1. Resolver por método de factorización: (10 puntos)
   $12x^2 - 32x - 8 = 3x$
2. Resolver por método de completar cuadrado: (10 puntos)
   $2x^2 - 21x = -54$
3. Resolver por el método de formula general, indique la naturaleza de las raíces: (10 puntos)
   ${}^{3}/_{4}\,x^2 - {}^{1}/_{4} - {}^{1}/_{2} = 0$

Actividad para evaluación #5

Desarrolle la siguiente prueba con el material proporcionado, puede presentarlo en esta página o si desea escribir solo las respuestas de manera ordenada en otra. Sea ordenado escriba correctamente.

Primera Parte: Llene los espacios en blanco con la respuesta correcta. Valor (20 puntos).

1. Partes de la radicación: ______________________, ___________________________, ____________________________, ____________________________________.
2. Leyes de los radicales: ____,
   ____,
   ____,
   ____.
3. La radicación surge cuando nos encontramos un ____________________________.
4. Para sumar o restar (reducir) radicales deben ser _____________________________.
5. Son fundamentales en el álgebra_____________________________.
6. Es una igualdad que se verifica para cualesquiera valores de las letras que entran en ella ______________________.
7. Son los elementos de la ecuación _____________________, ______________________, ________________________ y _________________________.
8. Lo determina el mayor exponente de la variable o incógnita ____.
9. Las ecuaciones cuadráticas se clasifican en __________________________ y ________________________.
10. Igualdad que sólo se verifica para determinados valores de las incógnitas ______________________________.

Segunda Parte: Pareo, relacione los elementos de la columna derecha con las expresiones de la columna izquierda. (Valor 10 puntos)

1. Valores fijos que aparecen en la ecuación		Términos
2. Está relacionado con la solución de ecuaciones		Variables
3. Valores de las incógnitas que la satisfacen		Completa
4. Expresiones que aparecen a cada lado del signo de la igualdad		Incompleta
5. $ax 2 + bx + c = 0$		Álgebra
6. Nos permite resolver cualquier ecuación cuadrática		Constante
7. Son las incógnitas, valores que no se conocen		Raíces de la ecuación
8. Se utiliza para determinar la naturaleza de las raíces		Formula General
9. $ax 2 + c = 0$		Discriminante
10. Son los sumandos que forman los miembros		Miembros

Tercera Parte. Ensayo, desarrolle de forma corta y clara cada pregunta. (Valor 15 puntos)

1. ¿Cómo se simplifican radicales? 5 puntos
2. ¿Qué métodos para resolver ecuaciones cuadráticas estudiamos este trimestre? 3 puntos
3. ¿Qué representa la i? 2 puntos
4. ¿Quién fue el primero en enunciar ecuaciones de primer y segundo grado? 1 punto
5. ¿Cuál es la fórmula general y cuando se puede utilizar? 4 puntos

Felicitaciones, ha culminado el segundo trimestre. Bendiciones.